



HÌNH HỌC LỚP 12

Chương 1: KHỐI ĐA DIỆN

Bài 3. KHÁI NIỆM VỀ THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

I

KHÁI NIỆM VỀ THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

II

THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ

III

THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

IV

BÀI TẬP

I KHÁI NIỆM VỀ THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

Ví dụ mở đầu

Cho khối lập phương có cạnh bằng $1cm$ (có thể tích $1cm^3$).

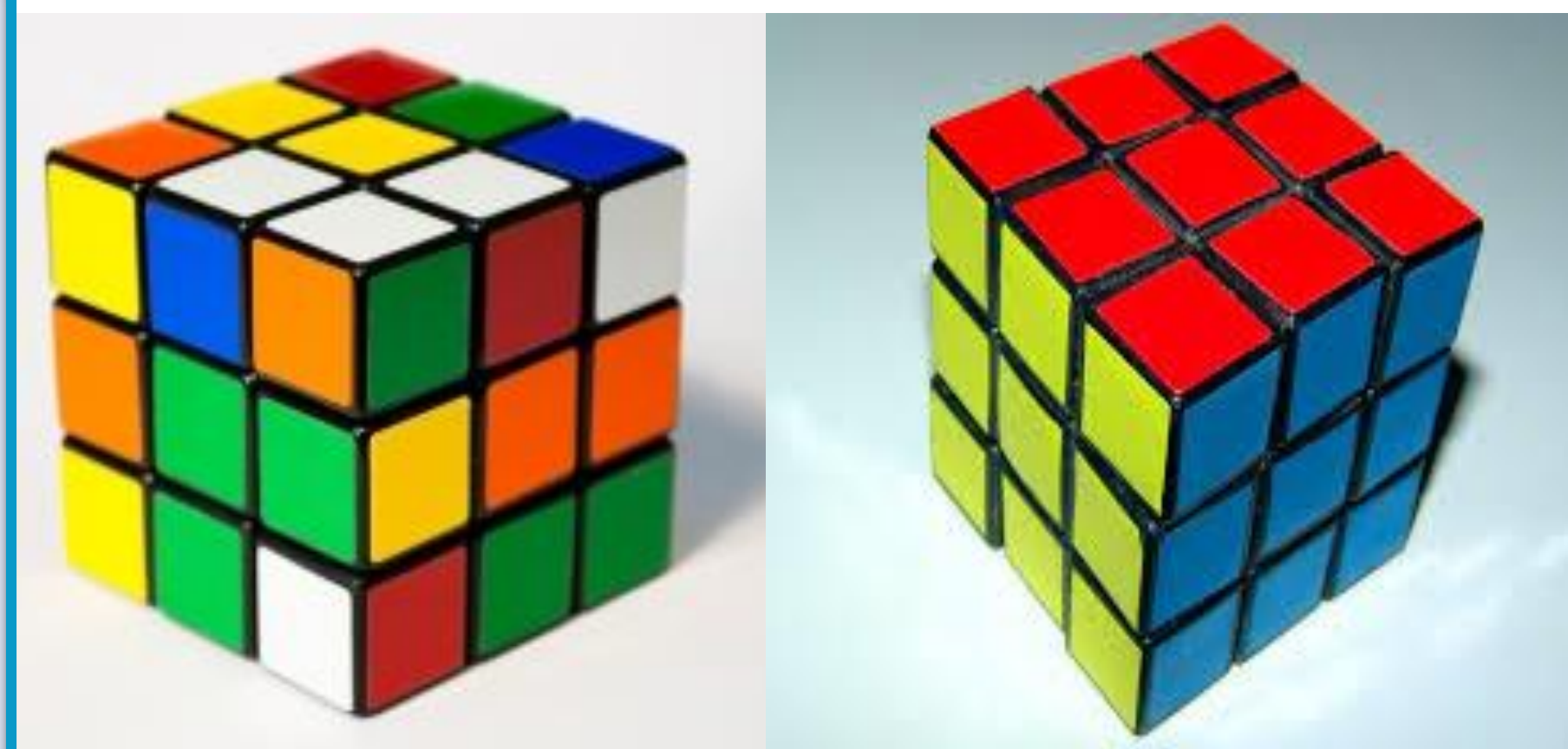


Các khối đa diện được ghép từ các khối lập phương có cạnh bằng $1cm$.

a) So sánh thể tích hai khối lập phương (hình vẽ).

Bài giải

Hai khối lập phương cùng có cạnh $3cm$ nên thể tích là $27cm^3$. Suy ra thể tích của chúng bằng nhau.



I KHÁI NIỆM VỀ THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

Ví dụ mở đầu

Cho khối lập phương có cạnh bằng $1cm$ (có thể tích $1cm^3$).



Các khối đa diện được ghép từ các khối lập phương có cạnh bằng $1cm$.

b) Tính thể tích V của khối đa diện (hình vẽ).

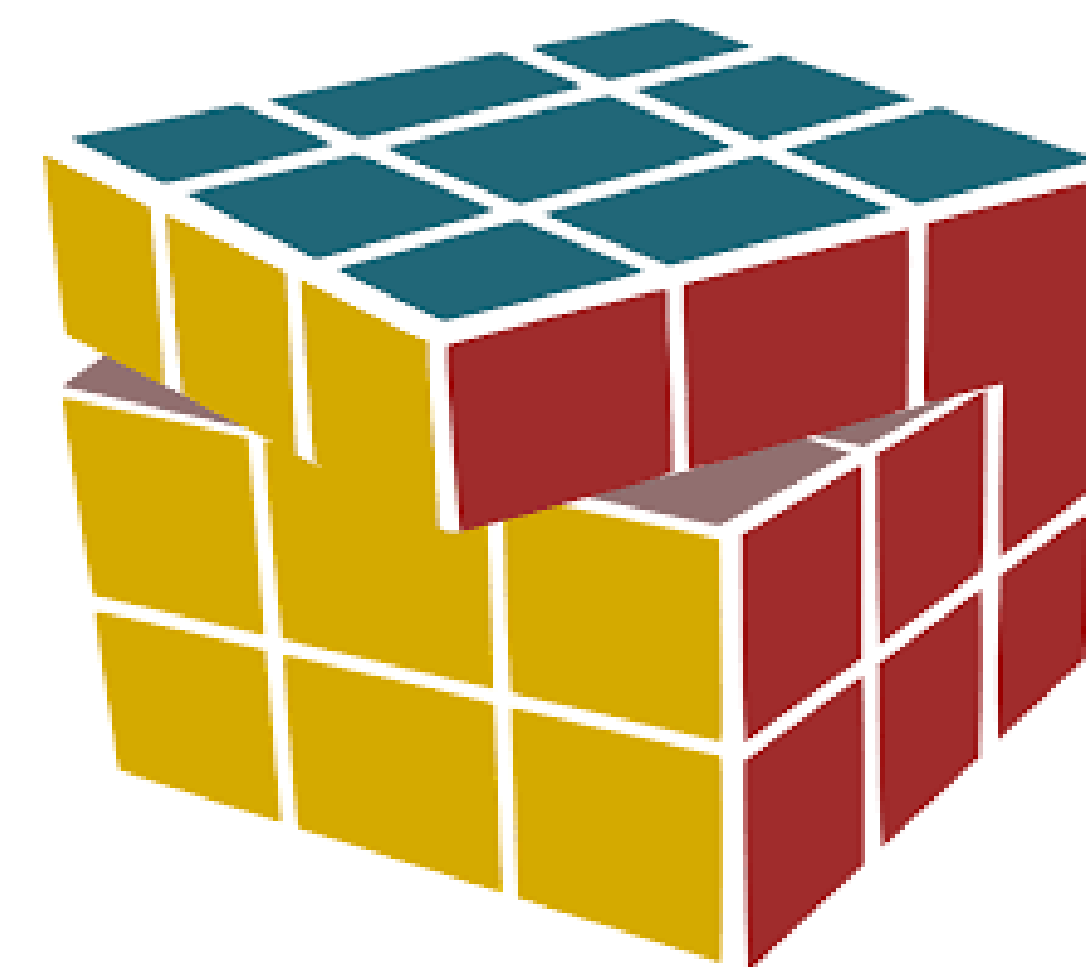
Bài giải

Khối đa diện đã cho được chia thành hai khối hình hộp chữ nhật có kích thước lần lượt:

Khối 1: $3 \times 3 \times 1$ có thể tích: $V_1 = 9$.

Khối 2: $3 \times 3 \times 2$ có thể tích: $V_2 = 18$.

$$V = V_1 + V_2 = 27.$$



I KHÁI NIỆM VỀ THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

Định nghĩa

Thể tích của khối đa diện (H) là một số dương duy nhất $V_{(H)}$ thoả mãn các tính chất sau:

- a) Nếu (H) là khối lập phương có cạnh bằng 1 thì $V_{(H)} = 1$.**
- b) Nếu hai khối đa diện $(H_1), (H_2)$ bằng nhau thì $V_{(H1)} = V_{(H2)}$.**
- c) Nếu khối đa diện (H) được phân chia thành hai khối đa diện $(H_1), (H_2)$ thì**

$$V_{(H)} = V_{(H1)} + V_{(H2)}.$$

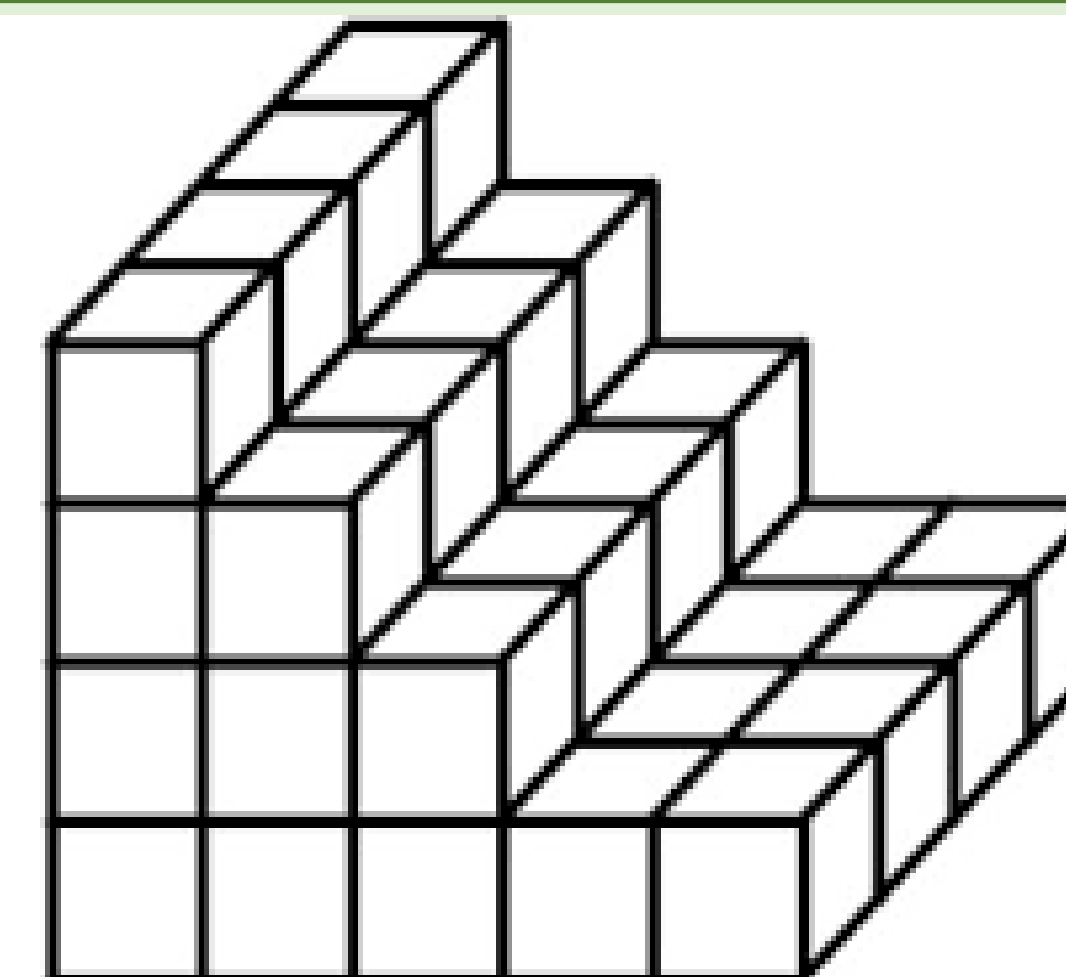
Chú ý:

- $V_{(H)}$ cũng được gọi là thể tích của hình đa diện giới hạn khối đa diện (H).
- Khối lập phương có cạnh bằng 1 được gọi là khối lập phương đơn vị.

I KHÁI NIỆM VỀ THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

Ví dụ 1

Một bậc tam cấp được xếp từ các khối đá hình lập phương có cạnh bằng bằng $1cm$ như hình vẽ. Hãy tính thể tích của khối tam cấp?



Bài giải

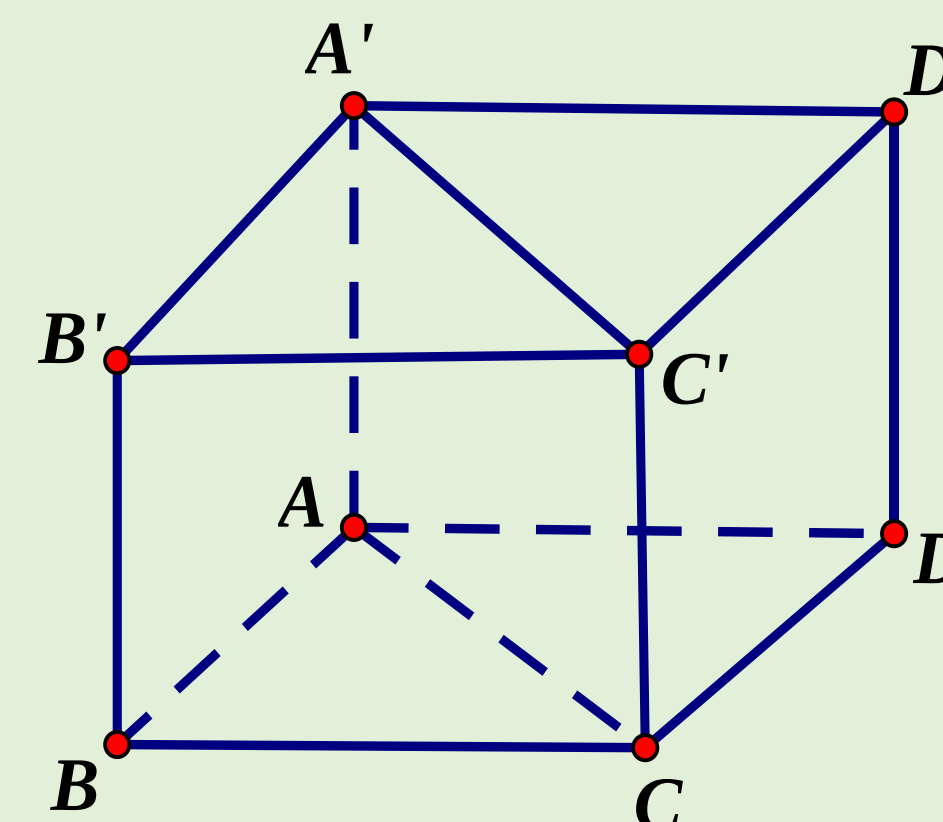
$$V = 5.4 + 3.4 + 2.4 + 1.4 = 44(cm^3) .$$

I KHÁI NIỆM VỀ THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

Ví dụ 2

Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $1(m)$.

Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.



Bài giải

Ta có: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 1(cm^3)$.

Phân chia khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ thành 2 khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và $ACD.A'C'D'$ bằng nhau

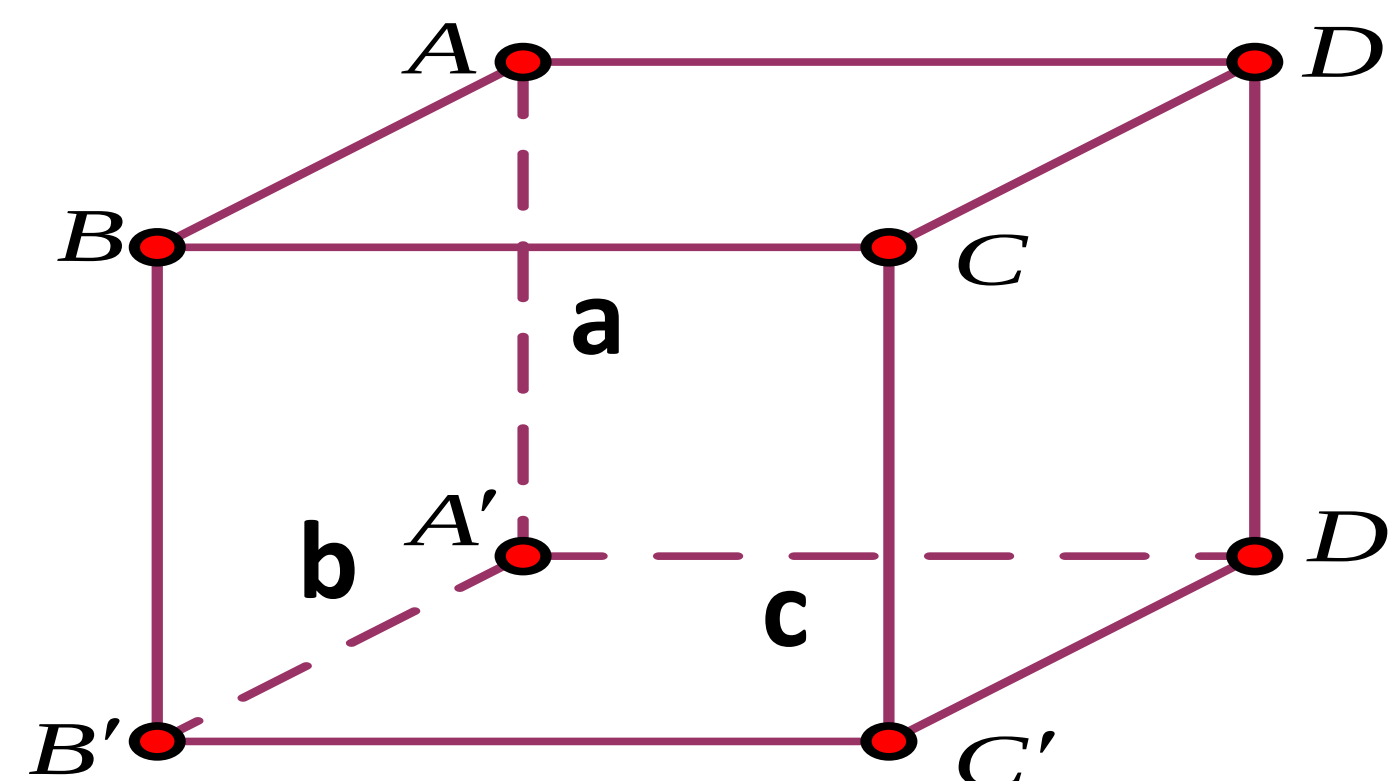
$$\Rightarrow \begin{cases} V_{ABCD.A'B'C'D'} = V_{ABC.A'B'C'} + V_{ACD.A'C'D'} \\ V_{ABC.A'B'C'} = V_{ACD.A'C'D'} \end{cases} \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{2}(cm^3)$$

I KHÁI NIỆM VỀ THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

Định lý

Thể tích của một khối hộp chữ nhật bằng tích ba kích thước của nó.

$$V = abc .$$



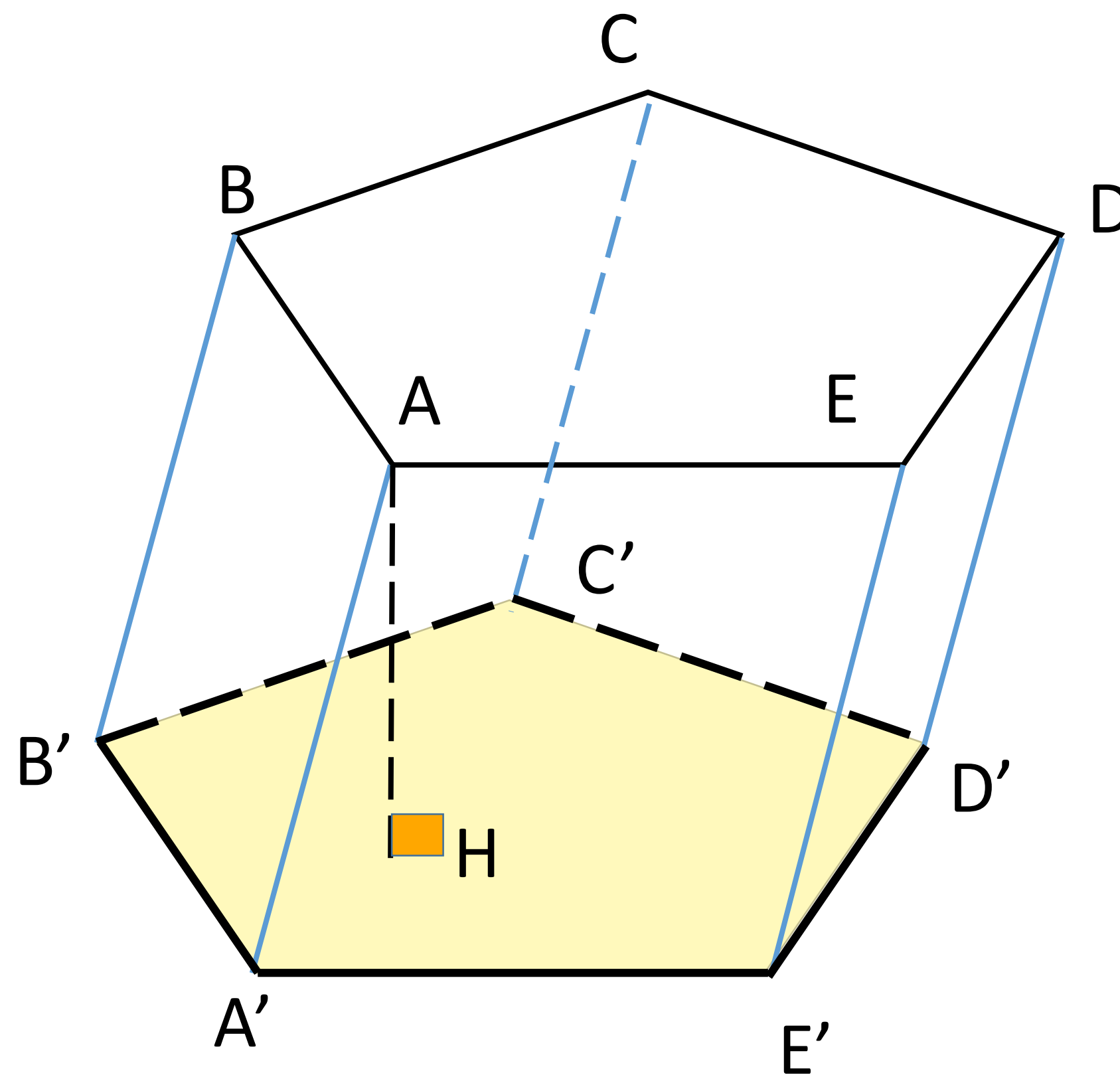
*** Hệ quả:** Thể tích của một khối lập phương cạnh a là $V = a^3$.

II THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ

Định lý

Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là $V = Bh$.

diện tích đáy $B = S_{ABCDE}$
và chiều cao $h = AH$

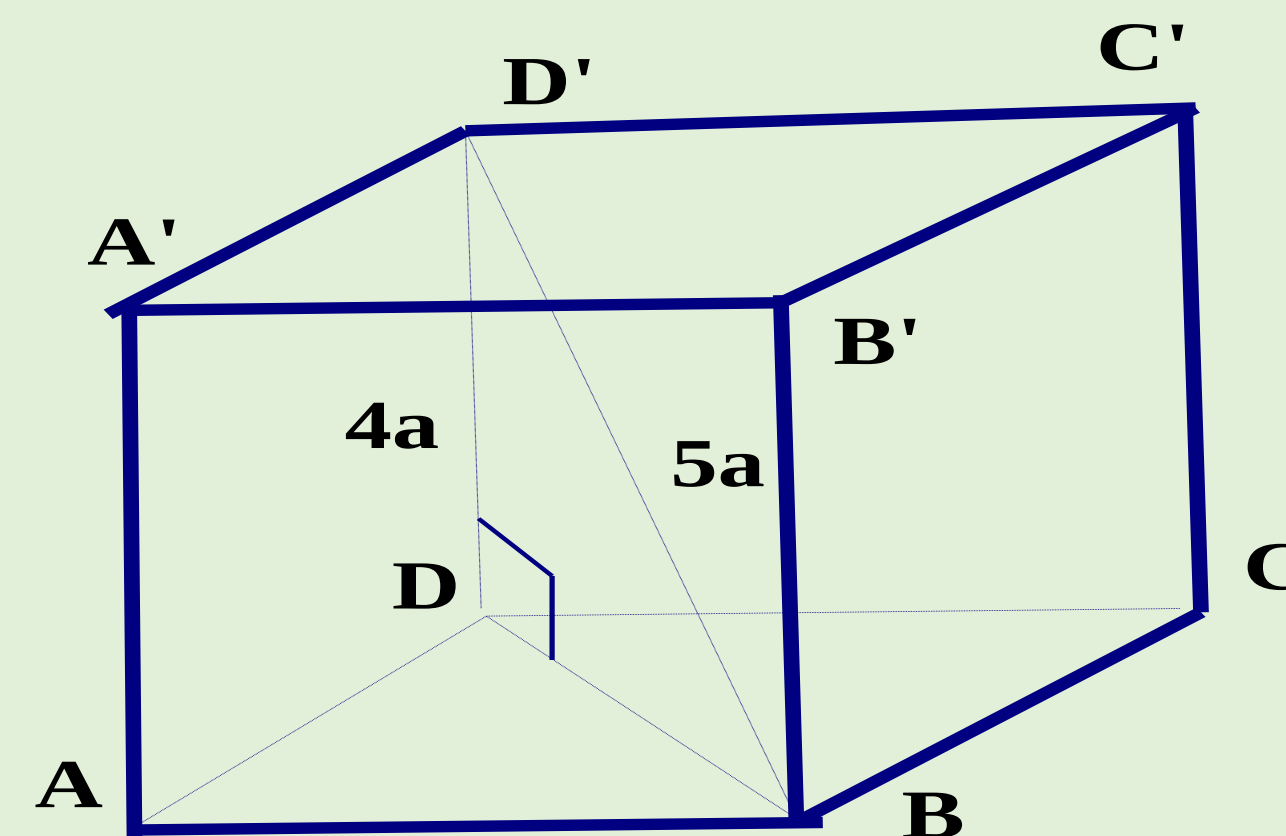


II THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ

Ví dụ 1

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, cạnh bên bằng $4a$ và đường chéo $5a$.

Tính thể tích khối hộp chữ nhật này.



Bài giải

$$\text{Ta có: } BD^2 = BD'^2 - DD'^2 = 9a^2 \Rightarrow BD = 3a$$

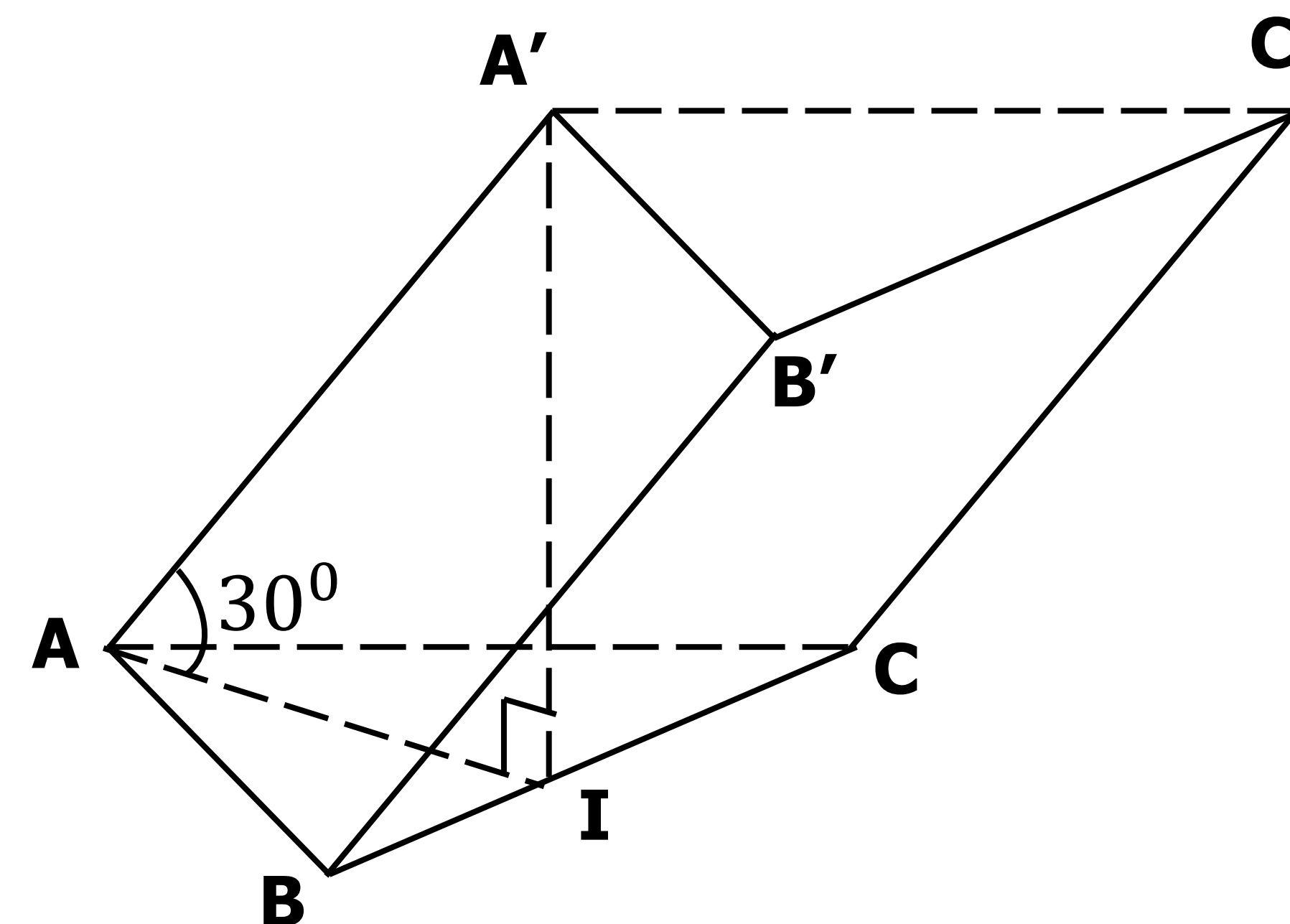
$$\text{và } ABCD \text{ là hình vuông} \Rightarrow AB = BC = CD = DA = \frac{3a}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Vậy } V = DA \cdot DC \cdot DD' = 18a^3.$$

II THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ

Ví dụ 2

Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 30° . Hình chiếu của A' lên (ABC) là trung điểm I của BC . Tính thể tích khối lăng trụ



Bài giải

Ta có $A'I \perp (ABC) \Rightarrow AI$ là hình chiếu vuông góc của AA' lên (ABC) .

Nên $(\widehat{AA', (ABC)}) = (\widehat{AA', AI}) = \widehat{A'AI} = 30^\circ$.

Trong ΔABC có $AI = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A'I = AI \cdot \tan 30^\circ = \frac{a}{2}$, và $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

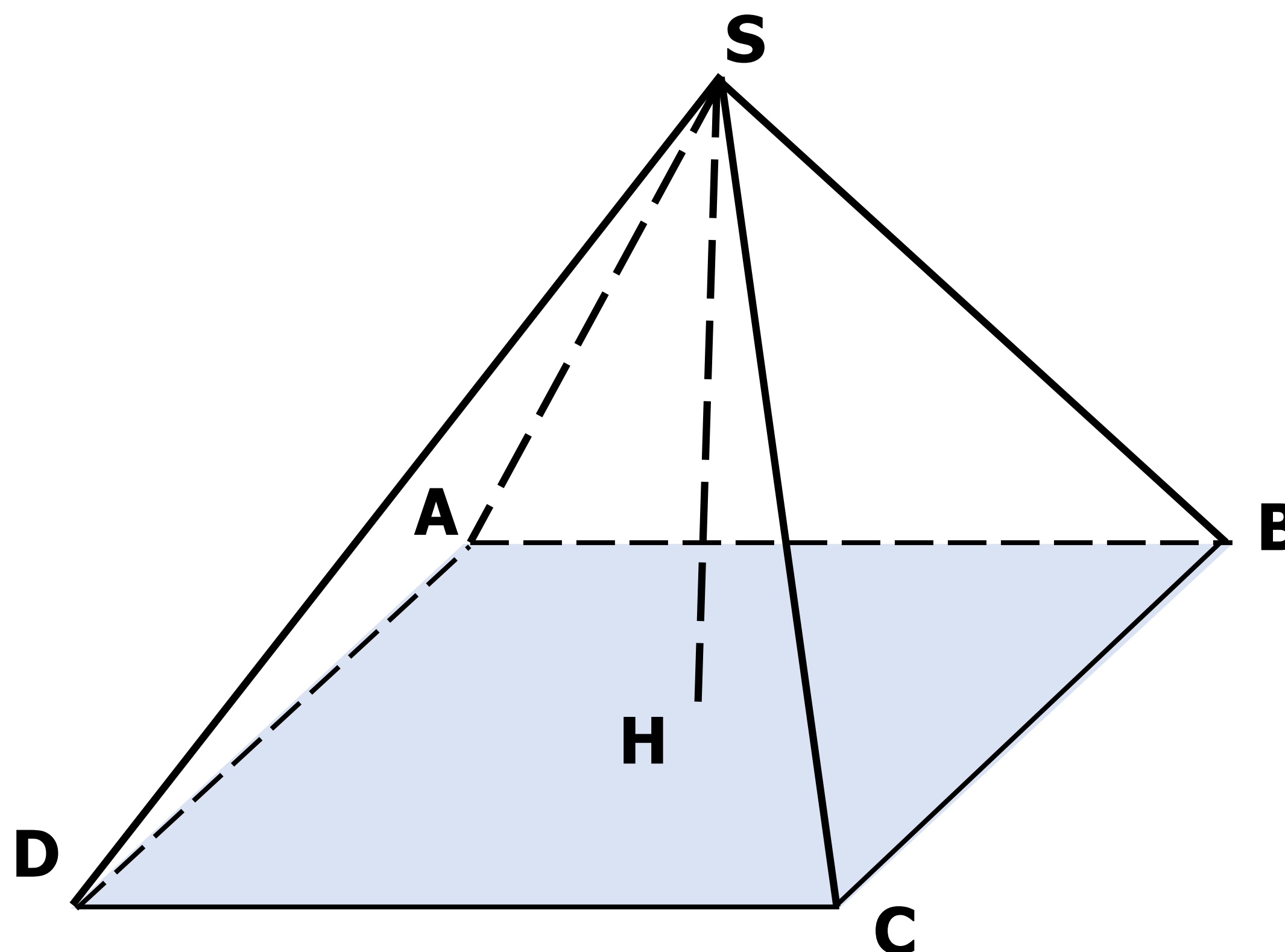
Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot A'I = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$

III THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

Định lý

Thể tích khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là: $V = \frac{1}{3} B \cdot h$

diện tích đáy $B = S_{ABCD}$
và chiều cao $h = SH$

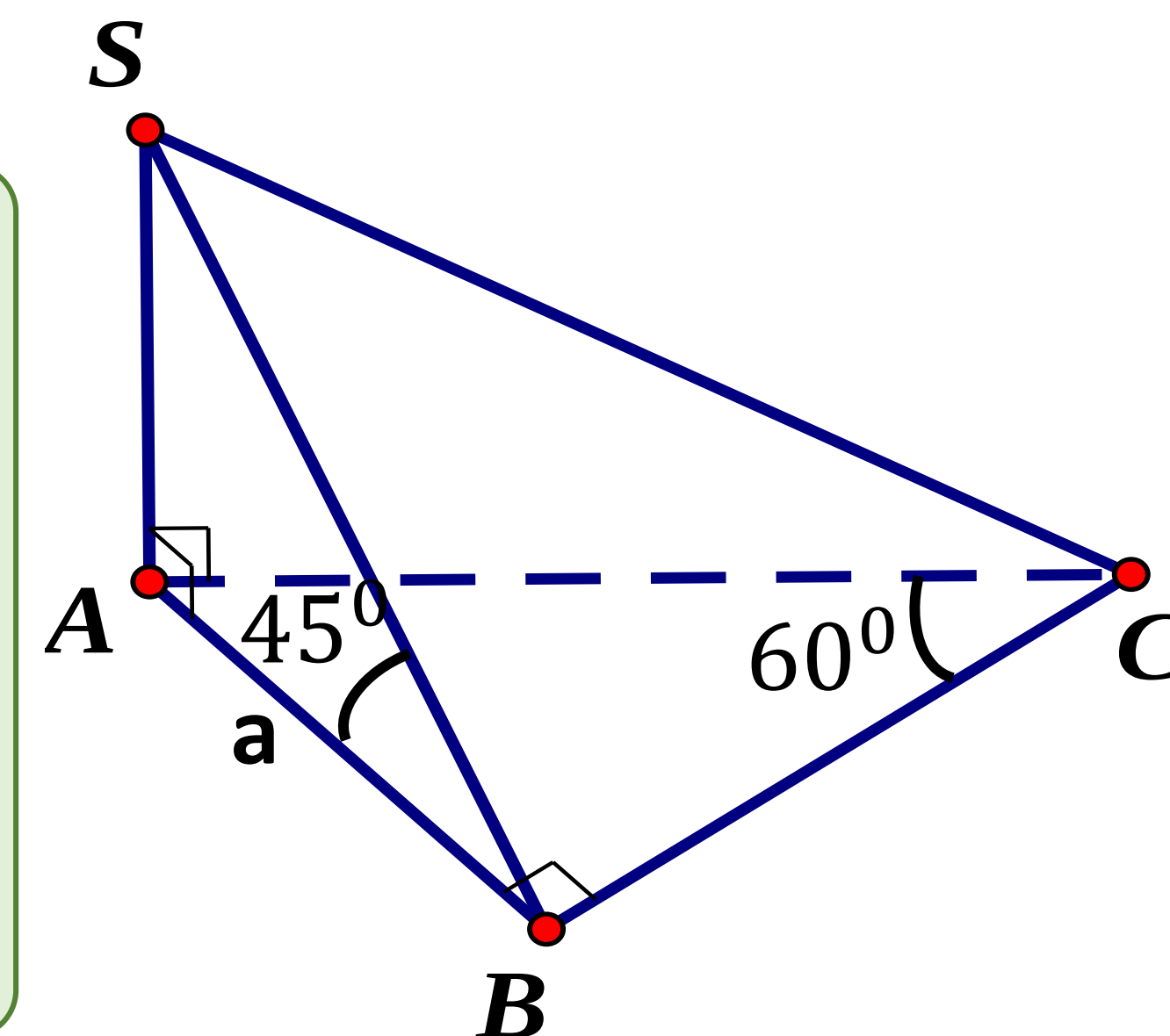


III THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

Ví dụ 1

Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $\widehat{ACB} = 60^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và SB hợp với mặt đáy một góc 45° .

Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.



Bài giải

$$+ \triangle ABC \text{ là tam giác vuông tại } B, AB = a, \widehat{ACB} = 60^\circ \Rightarrow BC = \frac{AB}{\tan 60^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{3} a .$$

$$+ ((SB, (\widehat{ABC})) = (\widehat{SB, AB}) = \widehat{SBA} = 45^\circ .$$

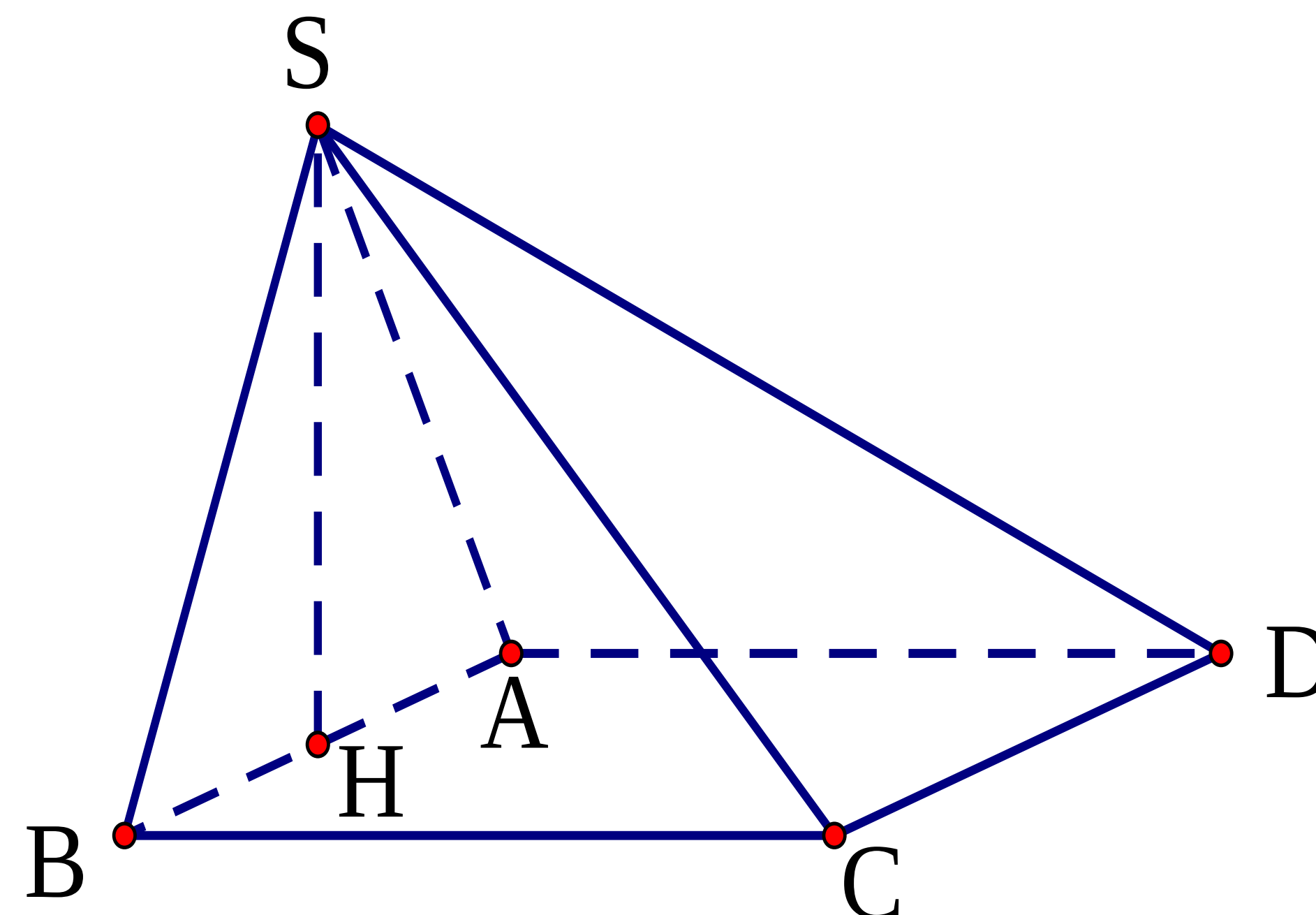
$$\triangle SAB \text{ là tam giác vuông tại } A \Rightarrow SA = AB . \tan \widehat{SBA} = a .$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} . SA = \frac{1}{3} . \frac{1}{2} BA . BC . SA = \frac{1}{6} a . a \frac{\sqrt{3}}{3} a = \frac{a^3 \sqrt{3}}{18}$$

III THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

Ví dụ 2

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$. Mặt bên SAB là tam giác đều có đường cao $SH = 2a\sqrt{3}$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.



Bài giải

Ta có mặt bên SAB là tam giác đều có đường cao $SH = 2a\sqrt{3} \Rightarrow$ cạnh $AB = 4a$,

$$\text{và } \begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \Rightarrow SH \perp (ABCD) . \\ AB \perp SH \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = 16a^2 .$$

$$\text{Vậy: } V_{SABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot 16a^2 \cdot 2a\sqrt{3} = \frac{32a^3\sqrt{3}}{3}$$

III THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

Ví dụ 3

Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của các cạnh AA' và BB' . Đường thẳng CE cắt đường thẳng $C'A'$ tại E' . Đường thẳng CF cắt đường thẳng $C'B'$ tại F' . Gọi V là thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

a) Tính thể tích khối chóp $C.ABFE$ theo V .

b) Gọi khối đa diện (H) là phần còn lại của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ sau khi cắt bỏ đi khối chóp $C.ABFE$. Tính tỉ số thể tích của (H) và của khối chóp $C.C'E'F'$.

III THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

Ví dụ 3

a) Tính thể tích khối chóp $C.ABFE$ theo V .

Bài giải

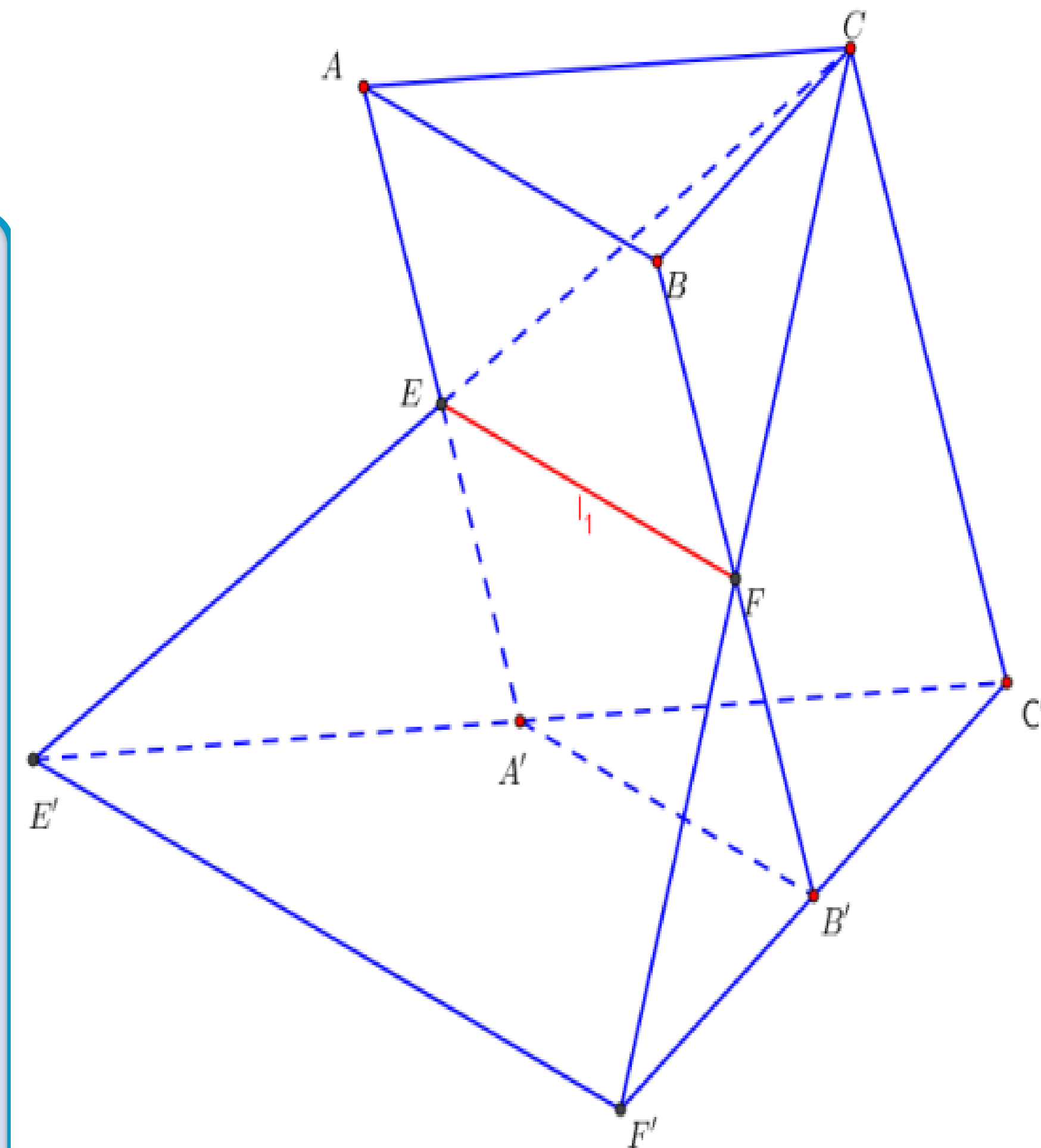
a) Hình chóp $C.A'B'C'$ và hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$

có đáy và đường cao bằng nhau nên $V_{C.A'B'C'} = \frac{1}{3}V$

từ đó suy ra $V_{C.ABB'A'} = V - \frac{1}{3}V = \frac{2}{3}V$

Do EF là đường trung bình của hình bình hành $ABB'A'$ nên diện tích $ABFE$ bằng nửa diện tích $ABB'A'$.

Do đó $V_{CABEF} = \frac{1}{2}V_{CABB'A'} = \frac{1}{3}V$.



III THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

Ví dụ 3

b) Gọi khối đa diện (H) là phần còn lại của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ sau khi cắt bỏ đi khối chóp $C.ABFE$. Tính tỉ số thể tích của (H) và của khối chóp $C.C'E'F'$.

Bài giải

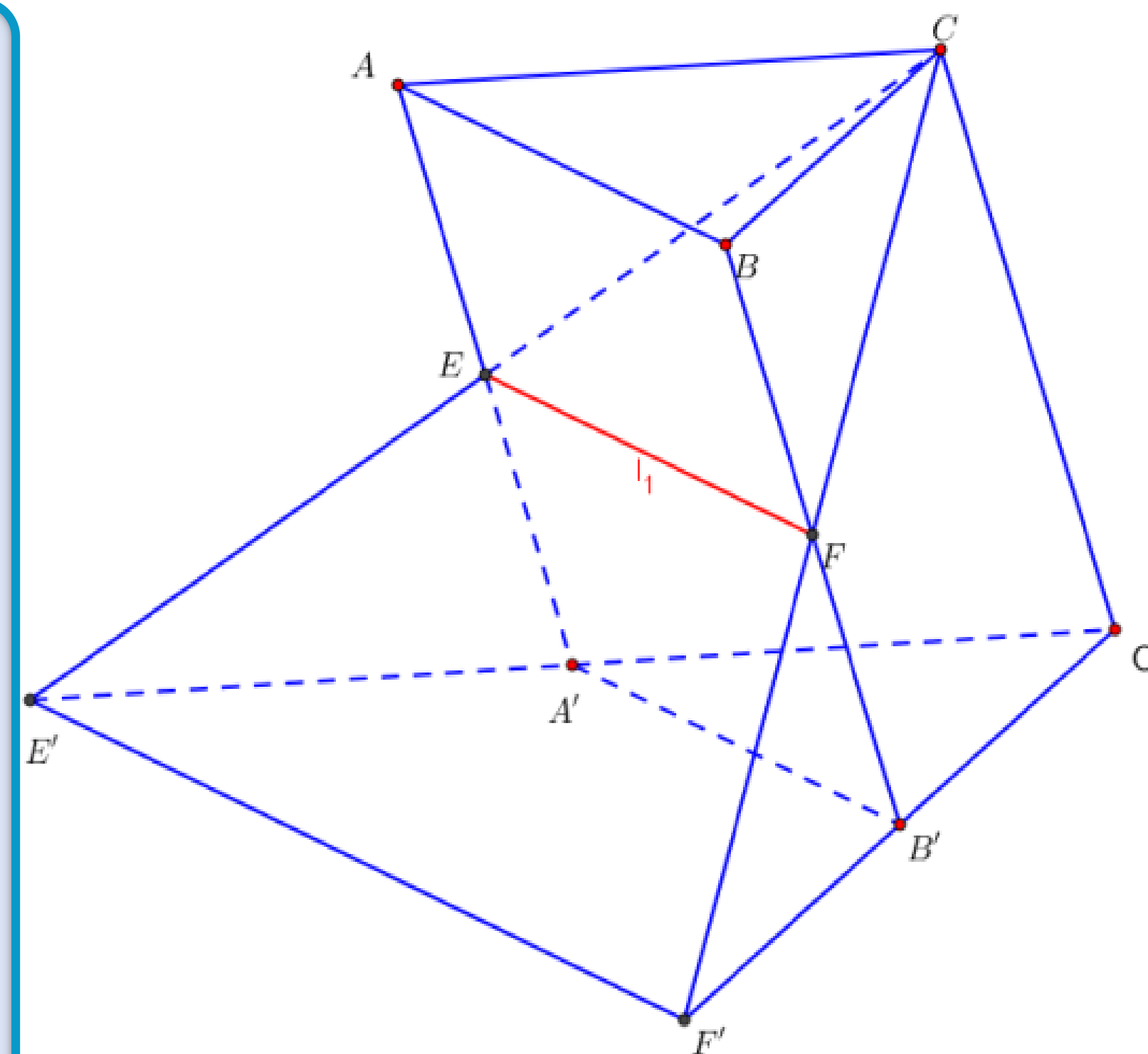
Áp dụng câu a) ta có: $V_{(H)} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{C.ABFE}$

$$= V - \frac{1}{3}V = \frac{2}{3}V.$$

Vì EA' song song và bằng $\frac{1}{2}CC'$ nên theo định lí Ta-let, A' là trung điểm của $E'C'$.

Tương tự, B' là trung điểm của $F'C'$. Do đó diện tích tam giác $C'E'F'$ gấp bốn lần diện tích tam giác $A'B'C'$.

$$\Rightarrow V_{CE'F'C'} = 4V_{CA'B'C'} = \frac{4}{3}V. \quad \text{Do đó } \frac{V_{(H)}}{V_{C.C'E'F'}} = \frac{1}{2}$$



IV BÀI TẬP SGK Trang 25

Bài tập 1

Tính thể tích khối tứ diện đều cạnh a .

Bài giải

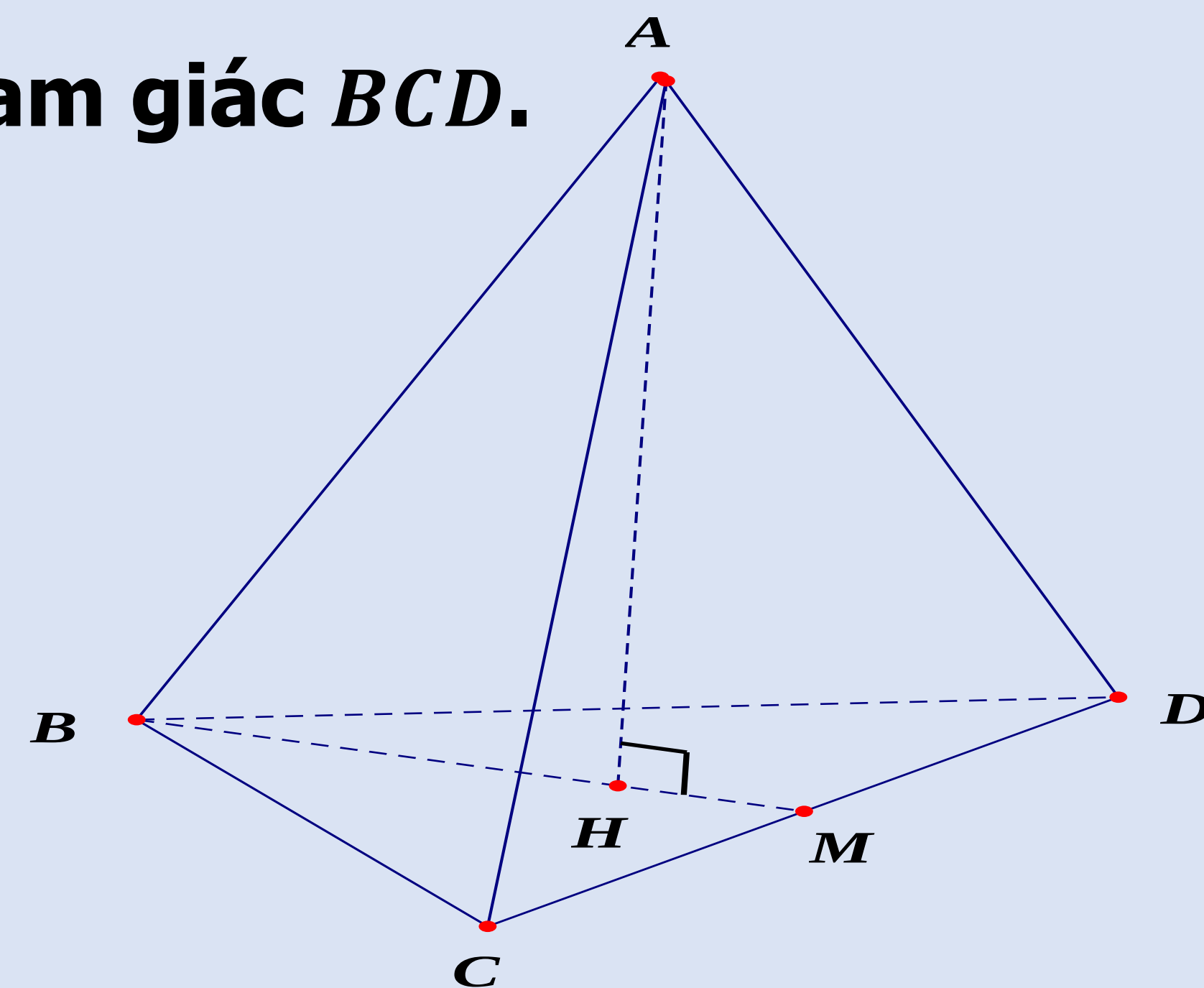
Gọi M là trung điểm của CD , H là trọng tâm tam giác BCD .

Khi đó $AH \perp (BCD)$, $BH = \frac{2}{3}BM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

$$\Rightarrow AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

tam giác BCD đều cạnh a nên $S_{BCD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

$$\text{Vậy: } V_{ABCD} = \frac{1}{3}S_{\triangle BCD} \cdot AH = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$



IV BÀI TẬP SGK Trang 25



Bài tập 2

Tính thể tích khối bát diện đều cạnh a .



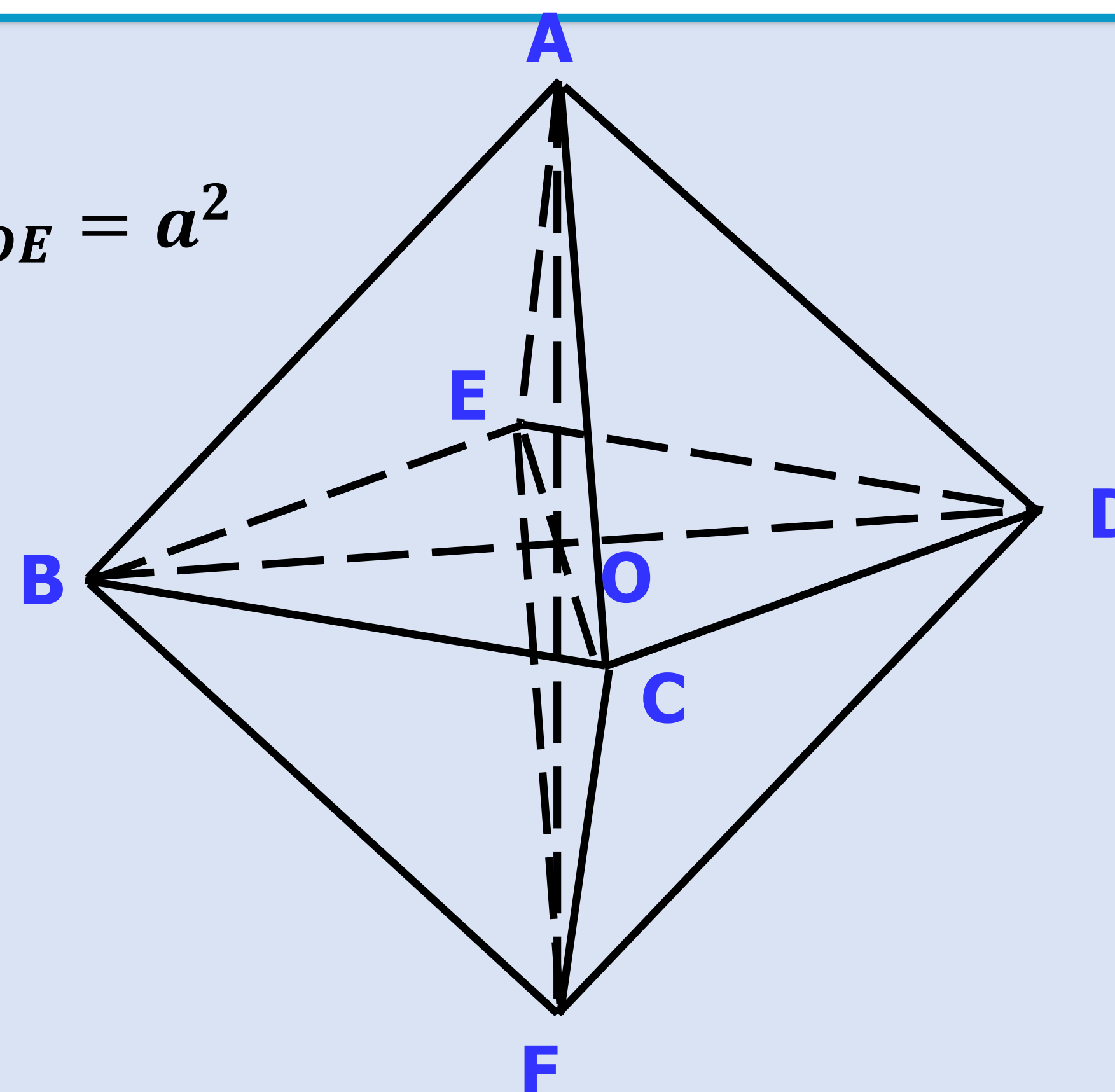
Bài giải

Ta có $BCDE$ là hình vuông cạnh a , suy ra $S_{BCDE} = a^2$

$$\text{Đường cao } AO = \sqrt{AD^2 - DO^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$V_{ABCDE} = \frac{1}{3} S_{BCDE} \cdot AO = \frac{1}{3} a^2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$$

$$V_{ABCDEF} = V_{ABCDE} + V_{FBCDE} = 2V_{ABCDE} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$$



IV BÀI TẬP SGK Trang 25

Bài tập 3

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tính tỷ số thể tích của khối hộp đó và thể tích khối tứ diện $ACB'D'$

Bài giải

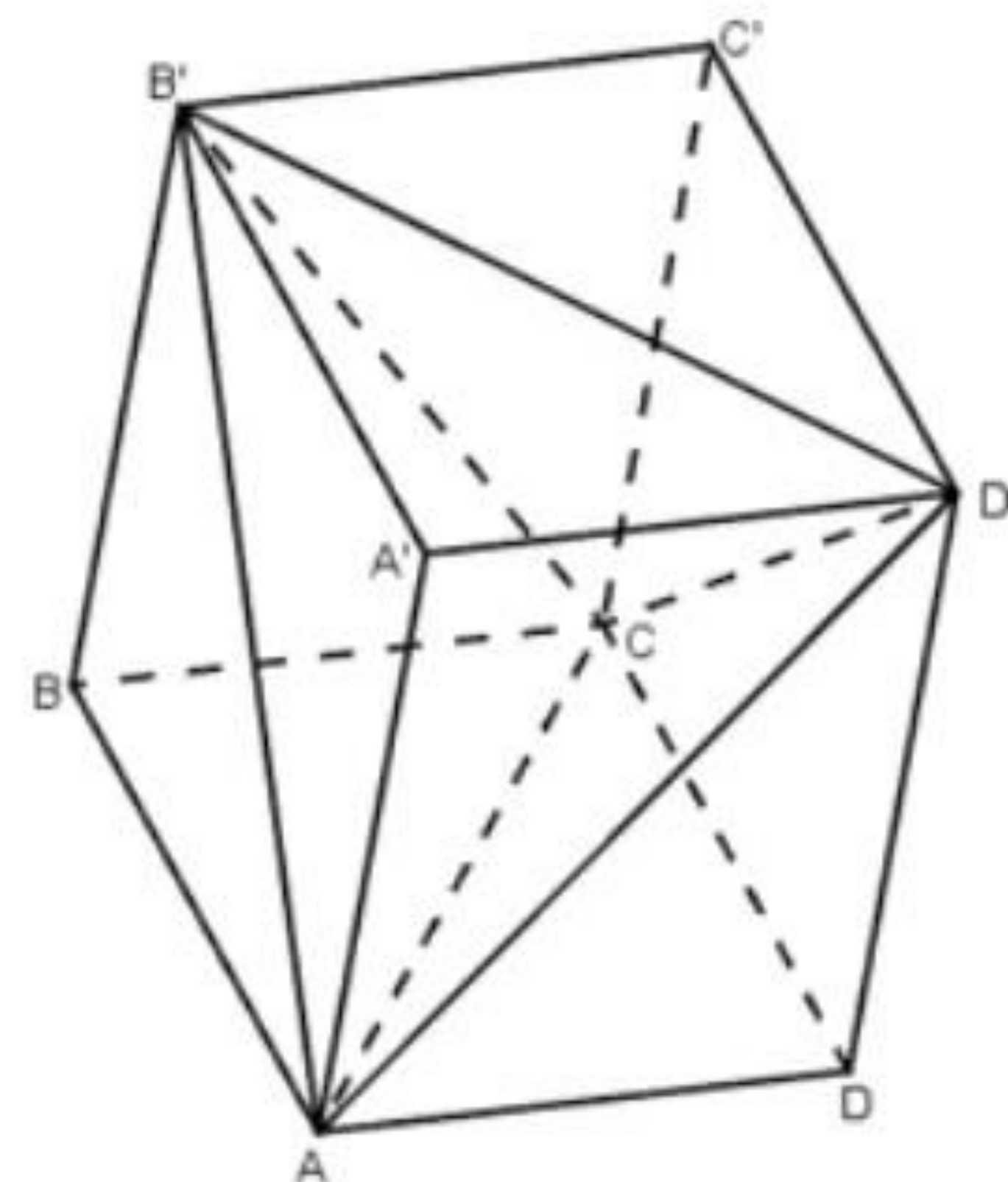
Gọi V là thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

Theo hình vẽ, ta có:

$$V = V_{A.A'B'D'} + V_{B'.ABC} + V_{C.B'C'D'} + V_{D',ACD} + V_{ACB'D'}$$

$$\text{Mà } V_{A.A'B'D'} = V_{B'.ABC} = V_{C.B'C'D'} = V_{D',ACD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} V = \frac{1}{6} V$$

$$\text{Suy ra } V_{ACB'D'} = V - 4 \cdot \left(\frac{1}{6}\right) V = \frac{1}{3} V \quad \text{vậy } \frac{V}{V_{ACB'D'}} = 3$$



IV BÀI TẬP SGK Trang 25

Bài tập 4

Cho hình chóp $S.ABC$. Trên các đoạn thẳng SA, SB, SC lần lượt lấy 3 điểm

A', B', C' khác S . Chứng minh: $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \frac{SB'}{SB} \frac{SC'}{SC}$.

Bài giải

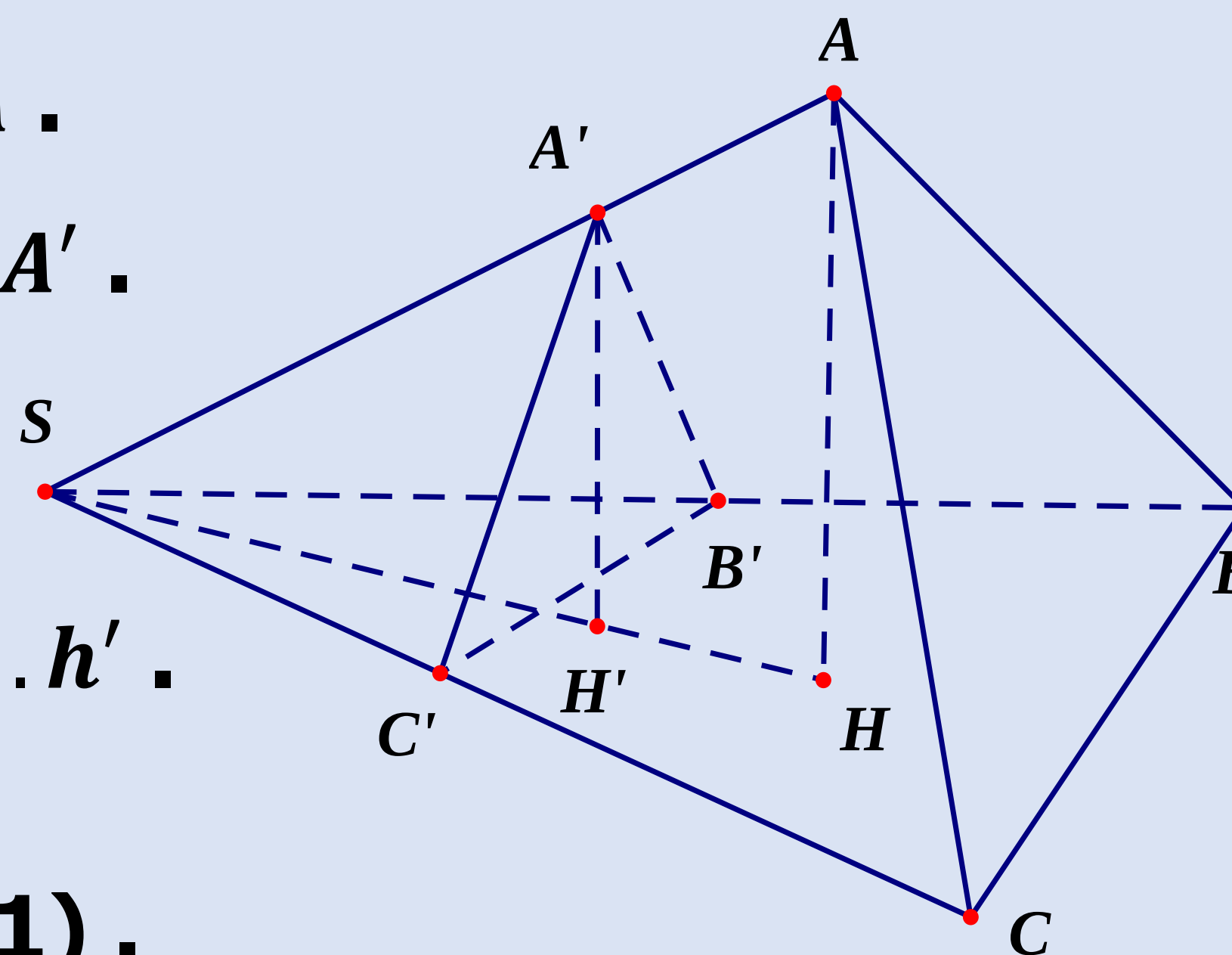
+ Gọi h là chiều cao của khối chóp $SABC$ kẻ từ A .

và h' là chiều cao của khối chóp $SA'B'C'$ kẻ từ A' .

Khi đó: $V_{SABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle SBC} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} SB \cdot SC \cdot \sin \widehat{BSC} \cdot h$.

$V_{S.A'B'C'} = \frac{1}{3} S_{\triangle SB'C'} \cdot h' = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} SB' \cdot SC' \cdot \sin \widehat{BSC} \cdot h'$.

$\Rightarrow \frac{h'}{h} = \frac{SA'}{SA} \Rightarrow \frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \frac{SB'}{SB} \frac{SC'}{SC} \quad (1).$



IV BÀI TẬP SGK Trang 25

Bài tập 5 Cho $\triangle ABC$ vuông cân ở A và $AB = a$. Trên đường thẳng qua C và vuông góc với $\text{mp}(ABC)$ lấy điểm D sao cho $CD = a$. Mặt phẳng (α) qua C vuông góc với BD , cắt BD tại F và cắt AD tại E . Tính thể tích khối tứ diện $CDFE$ theo a .

Bài giải

Trong (BCD) kẻ $CF \perp BD$.

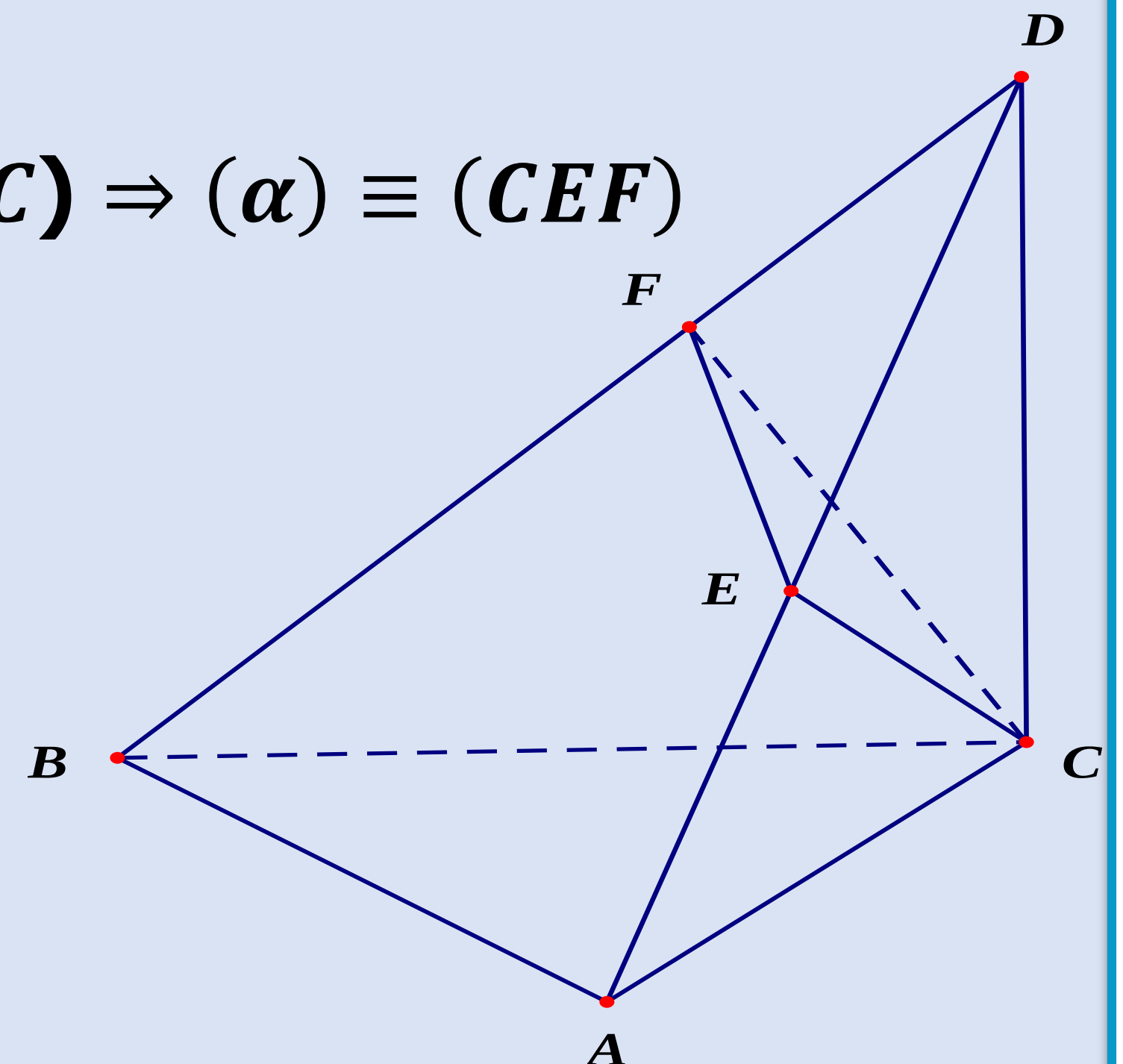
Gọi E là trung điểm $AD \Rightarrow CE \perp DA$ (vì $\triangle ACD$ cân tại C) $\Rightarrow (\alpha) \equiv (CEF)$

$$\frac{V_{D.EFC}}{V_{D.ABC}} = \frac{DE}{DA} \frac{DF}{DB} \frac{DC}{DC} = \frac{DE}{DA} \frac{DF}{DB}$$

Ta có: $\frac{DE}{DA} = \frac{1}{2}$, $BC = a\sqrt{2}$, $BD = a\sqrt{3}$.

$$CD^2 = DF \cdot DB \Rightarrow \frac{DF}{DB} = \frac{CD^2}{DB^2} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{V_{D.EFC}}{V_{D.ABC}} = \frac{1}{6}$$

$$V_{D.ABC} = \frac{1}{3} DC \cdot S_{ABC} = \frac{1}{6} a^3 \Rightarrow V_{D.EFC} = \frac{1}{6} V_{D.ABC} = \frac{1}{36} a^3$$



IV

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM



CÂU 1

Thể tích khối lập phương cạnh $\sqrt{3}$ là

A

$6\sqrt{3}.$

B

$3\sqrt{3}.$

C

$\sqrt{3}.$

D

3.



Bài giải

Thể tích khối lập phương cạnh $\sqrt{3}$ là $V = (\sqrt{3})^3 = 3\sqrt{3}.$

IV BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM



CÂU 2

Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$.
Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A

$$4a^3.$$

B

$$\frac{2}{3}a^3$$

C

$$2a^3.$$

D

$$\frac{4}{3}a^3$$



Bài giải

Khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a nên diện tích đáy:

$$S_{\text{đáy}} = a^2. \quad \text{Chiều cao } h = 2a.$$

Vậy thể tích khối chóp đã cho là
$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot 2a = \frac{2}{3}a^3$$

IV BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM



CÂU 3

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy và thể tích của khối chóp đó bằng $\frac{a^3}{4}$. Tính cạnh bên SA .

A

$$\frac{a\sqrt{3}}{2}$$

B

$$\frac{a\sqrt{3}}{3}$$

C

$$a\sqrt{3}.$$

D

$$2a\sqrt{3}.$$



Bài giải

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta ABC} \cdot SA \Rightarrow SA = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3}{4}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}} = a\sqrt{3}.$$

IV BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM



CÂU 4

Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = \sqrt{2}a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A

$$\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$$

B

$$\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$$

C

$$\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$$

D

$$\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$$



Bài giải

Ta có: $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Vậy thể tích của khối lăng trụ đã cho là

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$$

IV BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM



CÂU 5

Hình chóp $S.ABCD$ đáy hình thoi, $AB = 2a$, góc $\widehat{BAD}$ bằng 120° . Hình chiếu vuông góc của S lên $(ABCD)$ là I giao điểm của 2 đường chéo AC, BD , biết $SI = \frac{a}{2}$.

Khi đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A

$$\frac{a^3 \sqrt{2}}{9}$$

B

$$\frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$$

C

$$\frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$$

D

$$\frac{a^3 \sqrt{3}}{9}$$

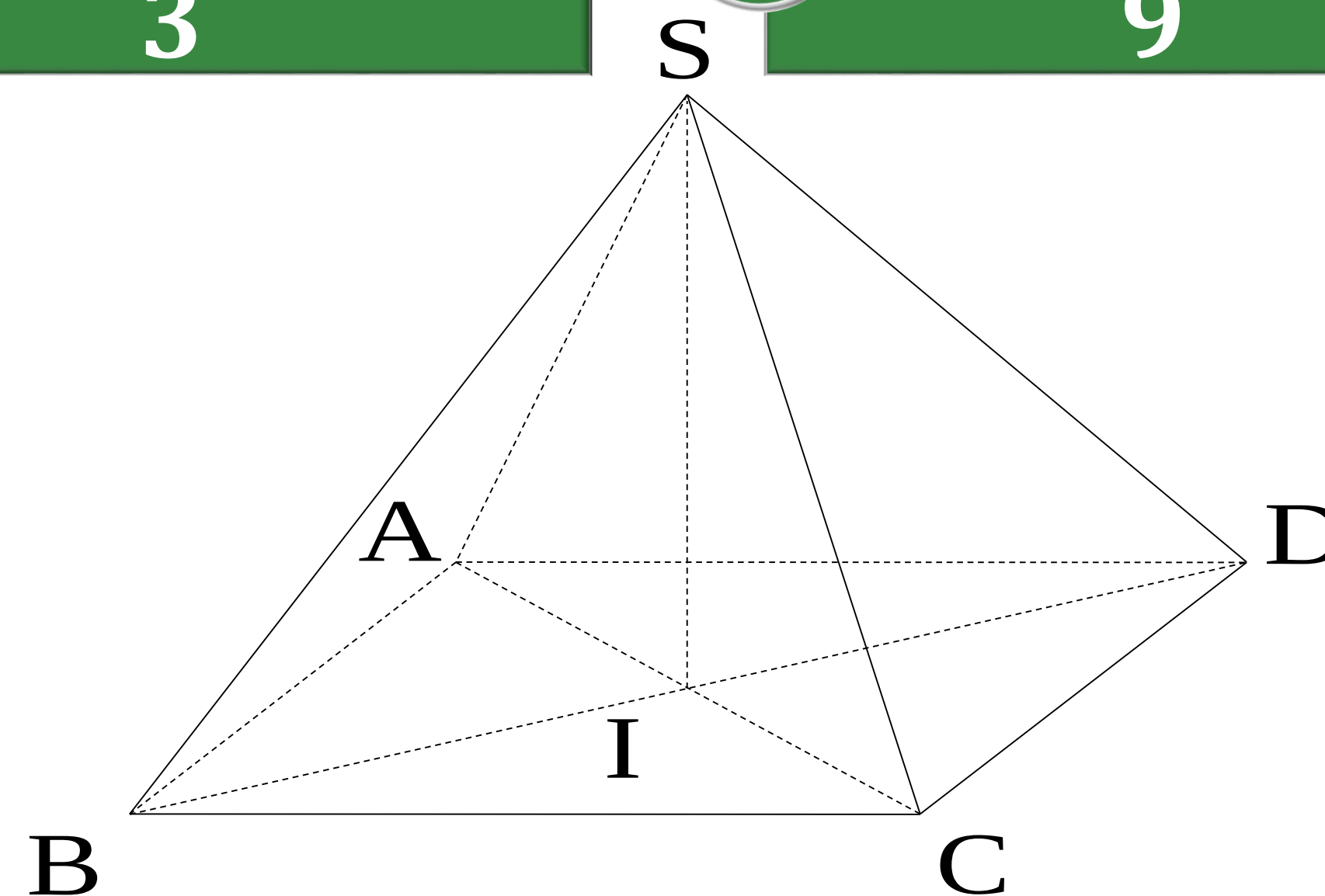


Bài giải

Ta có: $SI = \frac{a}{2}$

$$S_{ABCD} = AB \cdot AD \cdot \sin \widehat{BAD} = 2\sqrt{3}a^2$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SI \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}.$$





CÂU 6

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng:

A

$$\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$$

B

$$\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$$

C

$$\frac{a^3\sqrt{5}}{24}$$

D

$$\frac{a^3\sqrt{5}}{6}$$



Bài giải

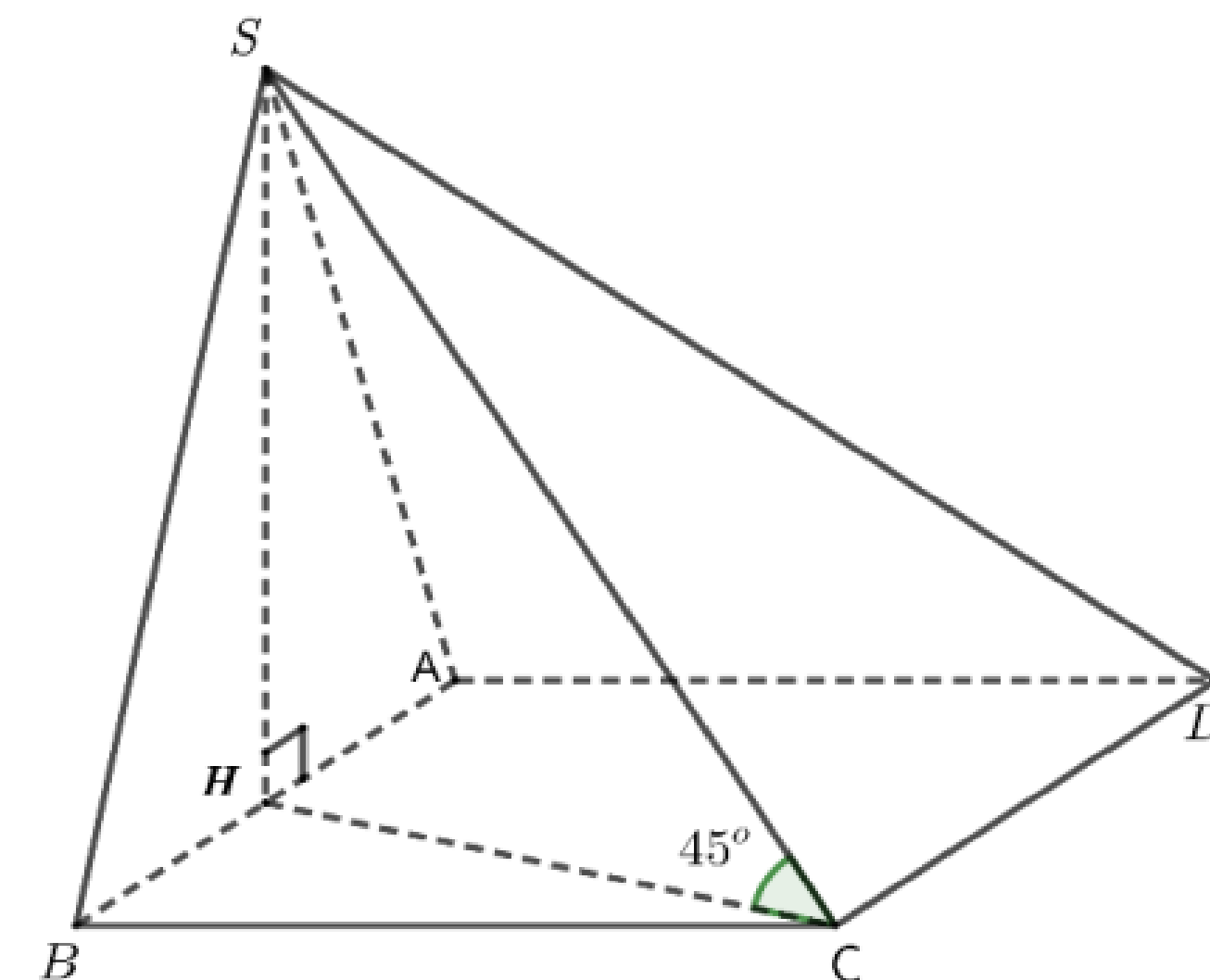
Gọi H là trung điểm của AB , ΔSAB cân tại $S \Rightarrow SH \perp AB$.

$$\left. \begin{array}{l} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \\ SH \subset (SAB); SH \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow SH \perp (ABCD).$$

$(SC; \widehat{(ABCD)}) = \widehat{SCH} = 45^\circ \Rightarrow \Delta SHC$ vuông cân tại H .

$$\Rightarrow SH = HC = \sqrt{BC^2 + BH^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}; S_{ABCD} = AB^2 = a^2.$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} a^2 \cdot \frac{a\sqrt{5}}{2} = \frac{a^3\sqrt{5}}{6}$$



IV BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM



CÂU 7

Cho hình chóp đều $S.ABC$, góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy (ABC) bằng 60° , khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng $\frac{3a}{2\sqrt{7}}$.

Thể tích của khối chóp $S.ABC$ theo a bằng

A

$$\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$$

B

$$\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$$

C

$$\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$$

D

$$\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$$

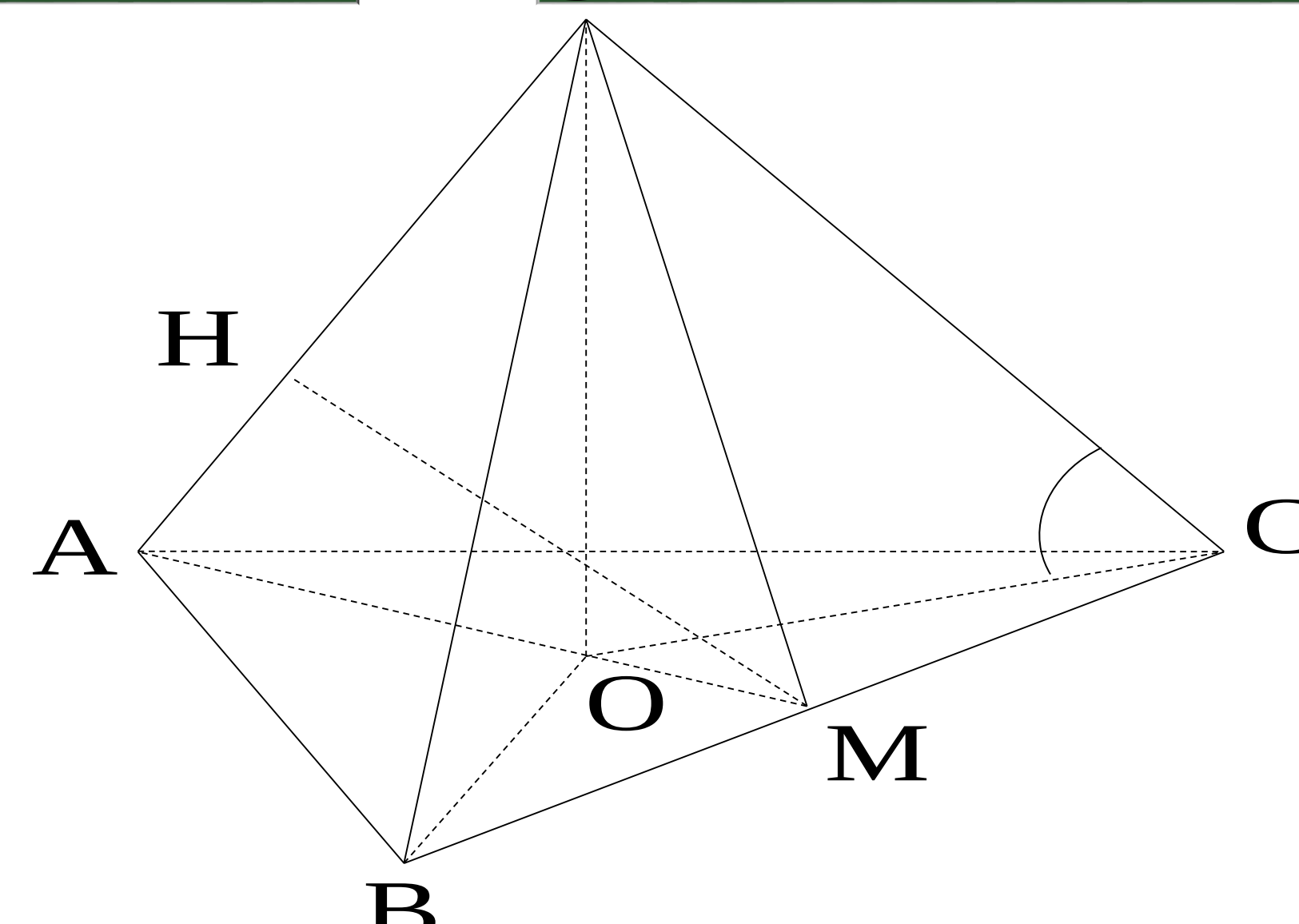


Bài giải

Gọi M là trung điểm của BC và O là trọng tâm $\triangle ABC$.
suy ra $SO \perp (ABC)$

Trong mp(SAM), kẻ $MH \perp SA, (H \in SA)$.

Ta có: $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp SO \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp MH.$



IV BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM



CÂU 7

A

$$\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$$

B

$$\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$$

C

$$\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$$

D

$$\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$$



Bài giải

Do đó MH là đoạn vuông góc chung của SA và BC . Suy ra $MH = \frac{3a}{2\sqrt{7}}$.

Ta có: $SM \perp BC \Rightarrow ((SBC), (ABC)) = \widehat{SMA} = 60^\circ$.

Đặt $OM = x \Rightarrow AM = 3x, OA = 2x \Rightarrow SO = OM \cdot \tan 60^\circ = x\sqrt{3}$.

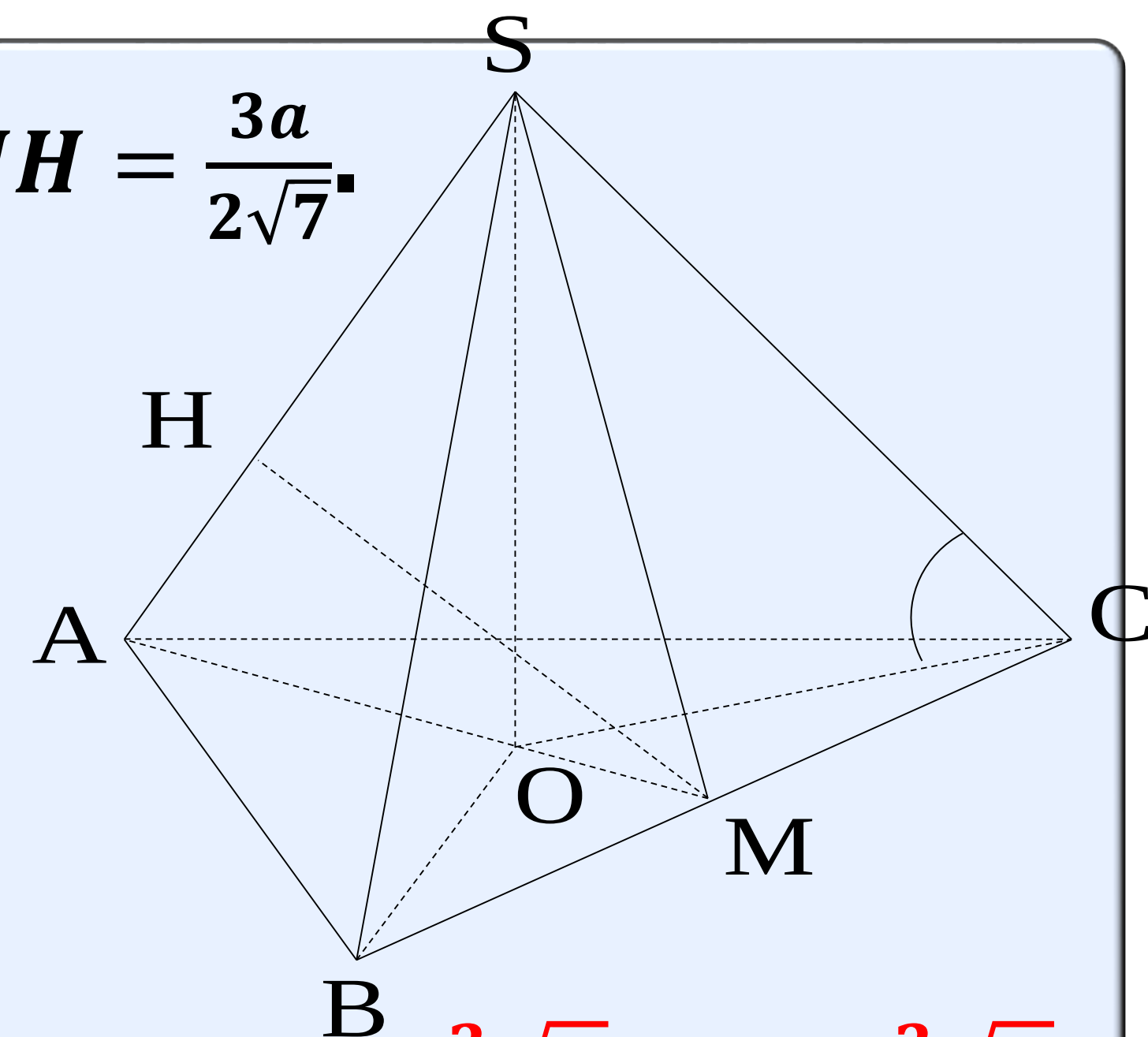
$$\text{và } SA = \sqrt{(x\sqrt{3})^2 + (2x)^2} = x\sqrt{7}.$$

Trong $\triangle SAM$ ta có: $SA \cdot MH = SO \cdot AM$

$$\Rightarrow x\sqrt{7} \cdot \frac{3a}{2\sqrt{7}} = x\sqrt{3} \cdot 3x \Leftrightarrow x = \frac{a}{2\sqrt{3}}$$

Khi đó: $AM = 3x = 3 \cdot \frac{a}{2\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AB = a$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{24}$$



IV BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

CÂU 8

Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Chân đường cao hạ từ B' trùng với tâm O của đáy $ABCD$; góc giữa mặt phẳng $(BB'C'C)$ với đáy bằng 60° . Thể tích lăng trụ bằng:

A $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$

B $\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$

C $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$

D $\frac{3a^3}{4}$

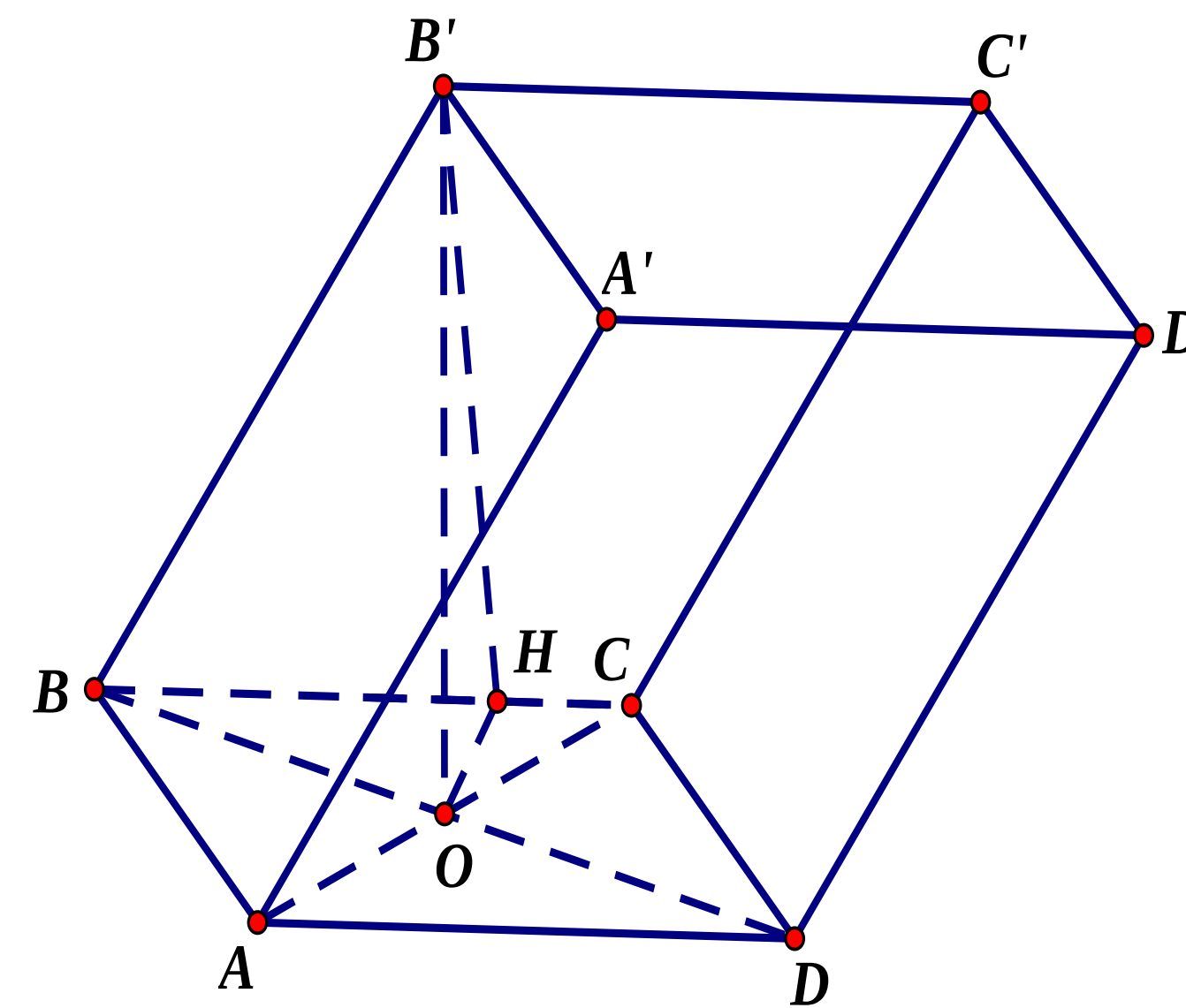
Bài giải

$ABCD$ là hình thoi nên $AB = BC$.

Lại có $\widehat{ABC} = 60^\circ$ nên ΔABC là tam giác đều.

Kẻ $OH \perp BC$.

Góc giữa mặt phẳng $(BB'C'C)$ với đáy khi đó là $\widehat{B'HO} = 60^\circ$.



IV BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM



CÂU 8

A

$$\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$$

B

$$\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$$

C

$$\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$$

D

$$\frac{3a^3}{4}$$



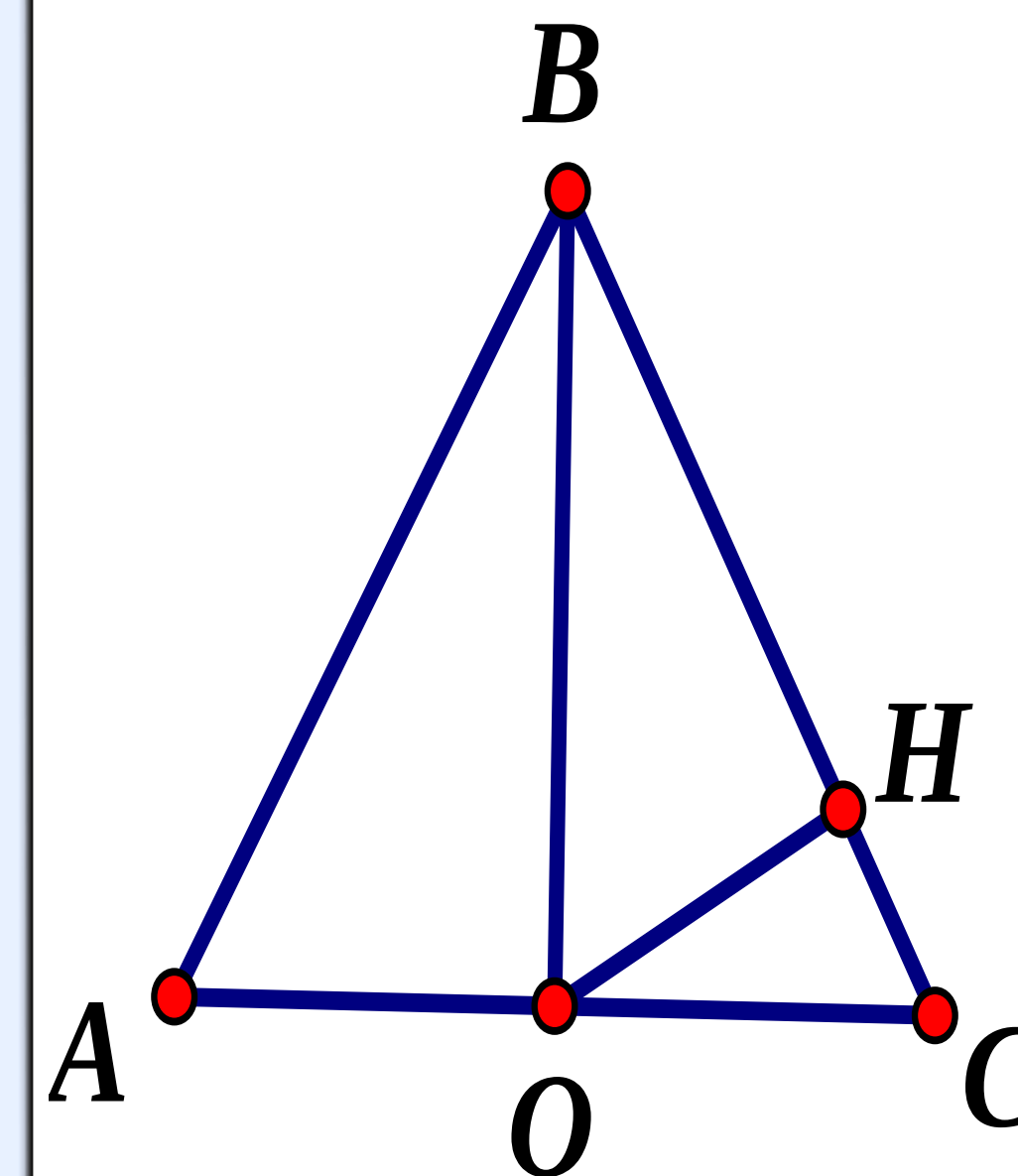
Bài giải

Ta có: $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{\frac{3a^2}{4}} + \frac{1}{\frac{a^2}{4}} = \frac{4}{3a^2} + \frac{4}{a^2} = \frac{16}{3a^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

Theo giả thiết, $B'O$ là đường cao lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.

$$B'O = OH \cdot \tan \widehat{B'HO} = \frac{a\sqrt{3}}{4} \tan 60^\circ = \frac{3a}{4}$$

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot h = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3a}{4} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$$



IV BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

CÂU 9

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D , $AB = AD = a$, $CD = 2a$. Hình chiếu của đỉnh S lên mặt $(ABCD)$ trùng với trung điểm của BD . Biết thể tích tứ diện $SBCD$ bằng $\frac{a^3}{\sqrt{6}}$. Khoảng cách từ đỉnh A đến mặt phẳng (SBC) là?

A

$$\frac{a\sqrt{3}}{2}$$

B

$$\frac{a\sqrt{2}}{6}$$

C

$$\frac{a\sqrt{3}}{6}$$

D

$$\frac{a\sqrt{6}}{4}$$

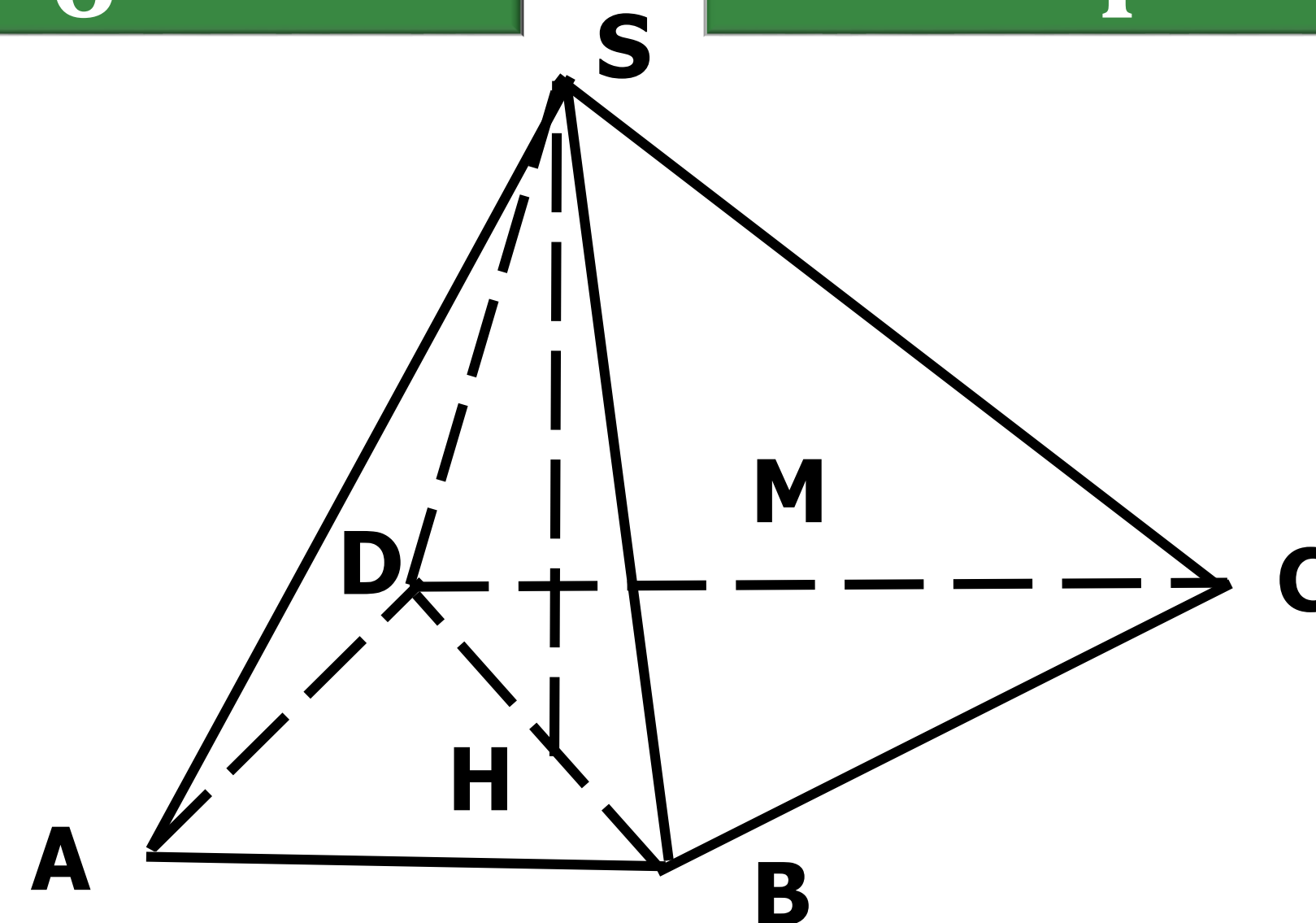
Bài giải

Gọi M là trung điểm của CD thì ta có $ABMD$ là h/vuông cạnh a .

$$BC = BD = a\sqrt{2} \Rightarrow CD^2 = 4a^2 = BC^2 + BD^2$$

do đó tam giác BCD vuông cân tại B .

Gọi H là trung điểm của BD thì $SH \perp (ABCD)$.



IV BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM



CÂU 9

A

$$\frac{a\sqrt{3}}{2}$$

B

$$\frac{a\sqrt{2}}{6}$$

C

$$\frac{a\sqrt{3}}{6}$$

D

$$\frac{a\sqrt{6}}{4}$$



Bài giải

$$\text{Khi đó } V_{S.BCD} = \frac{1}{3}SH \cdot \frac{1}{2}BD \cdot BC \Rightarrow SH = \frac{6 \cdot \frac{a^3}{\sqrt{6}}}{2a^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

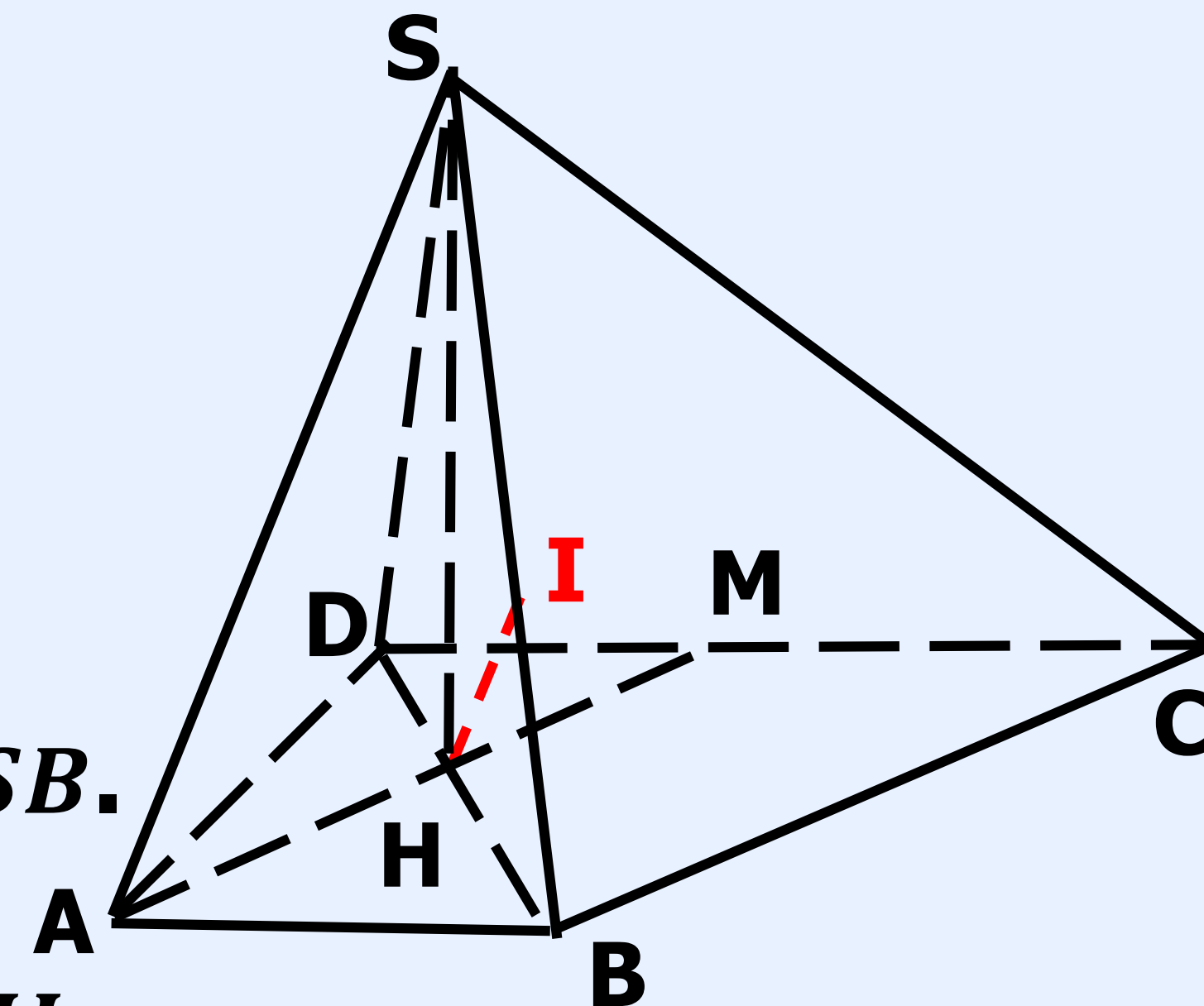
Vì $ABMD$ là hình vuông nên H là trung điểm của AM
và ta có $AMCB$ là hình bình hành do đó $AH // BC$

$$\Rightarrow d(A; (SBC)) = d(H; (SBC)).$$

$$\begin{cases} SH \perp BC \\ HB \perp BC \end{cases} \Rightarrow (SHB) \perp BC \Rightarrow (SHB) \perp (SBC), (SHB) \cap (SBC) = SB.$$

$$\text{Kẻ } HI \perp SB \Rightarrow HI \perp (SBC) \Rightarrow d(A; (SBC)) = d(H; (SBC)) = HI.$$

$$\text{Khi đó } \frac{1}{HI^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HB^2} = \frac{4}{6a^2} + \frac{2}{a^2} = \frac{8}{3a^2} \Rightarrow HI = \frac{a\sqrt{6}}{4} \quad \text{hay } d(A; (SBC)) = \frac{a\sqrt{6}}{4}$$



IV BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM



CÂU 10

Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC, AD đôi một vuông góc nhau; $AB = 6a$, $AC = 7a$ và $AD = 4a$. Gọi M, N, P tương ứng là trung điểm các cạnh BC, CD, DB . Tính thể tích V của khối tứ diện $AMNP$.

A $V = 7a^3.$

B $V = \frac{28a^3}{3}$

C $V = \frac{7a^3}{2}$

D $V = 14a^3$



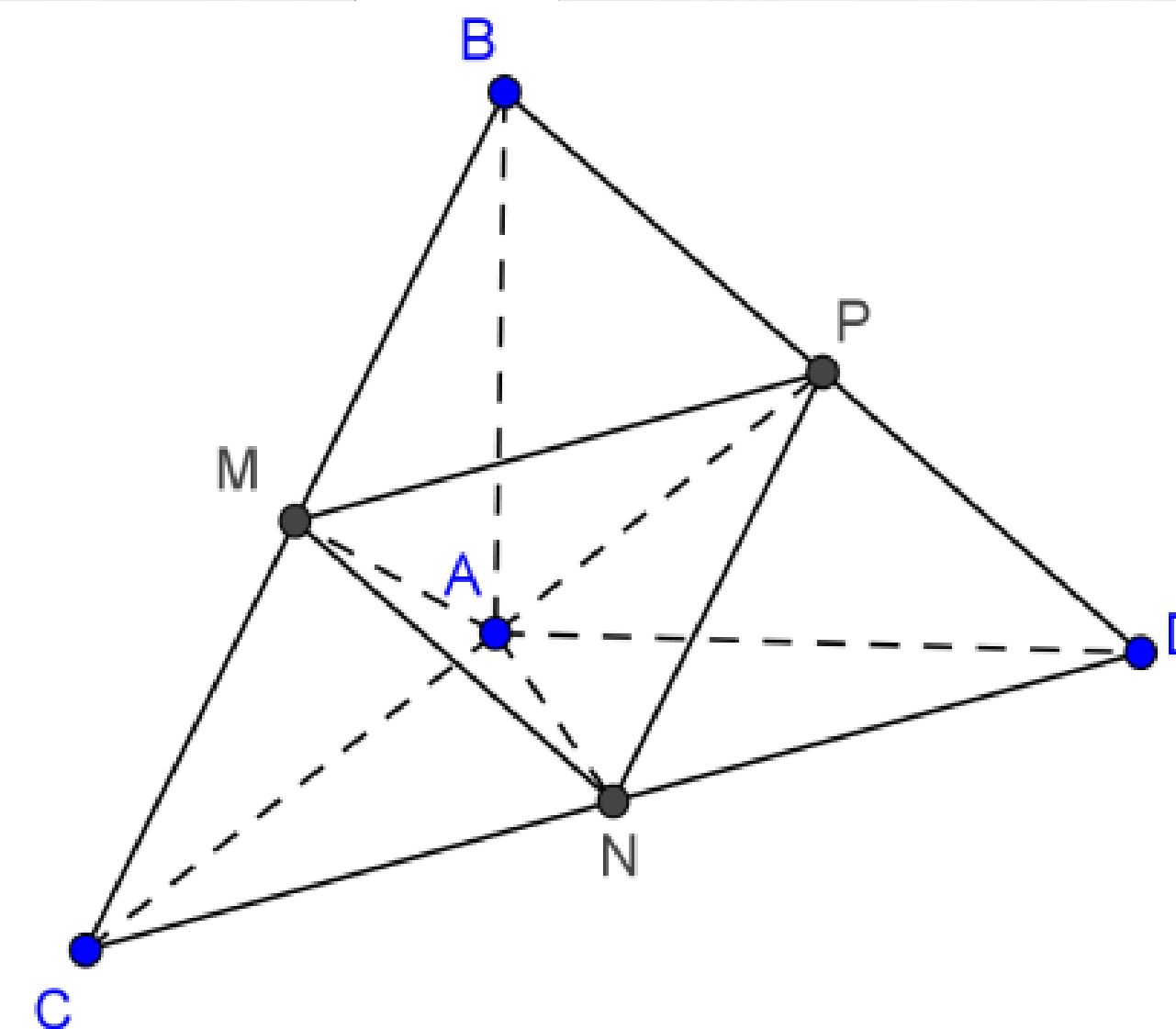
Bài giải

$$\left. \begin{array}{l} AB \perp AC \\ AB \perp AD \end{array} \right\} \Rightarrow AB \perp (ACD).$$

$$V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} AC \cdot AD \cdot AB = \frac{7a \cdot 4a \cdot 6a}{6} = 28a^3$$

Gọi H là hình chiếu của A lên (BCD)

$\Rightarrow h = AH$ là đường cao của hình chóp $A.BCD$.



IV BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM



CÂU 10

A

$$V = 7a^3.$$

B

$$V = \frac{28a^3}{3}$$

C

$$V = \frac{7a^3}{2}$$

D

$$V = 14a^3$$



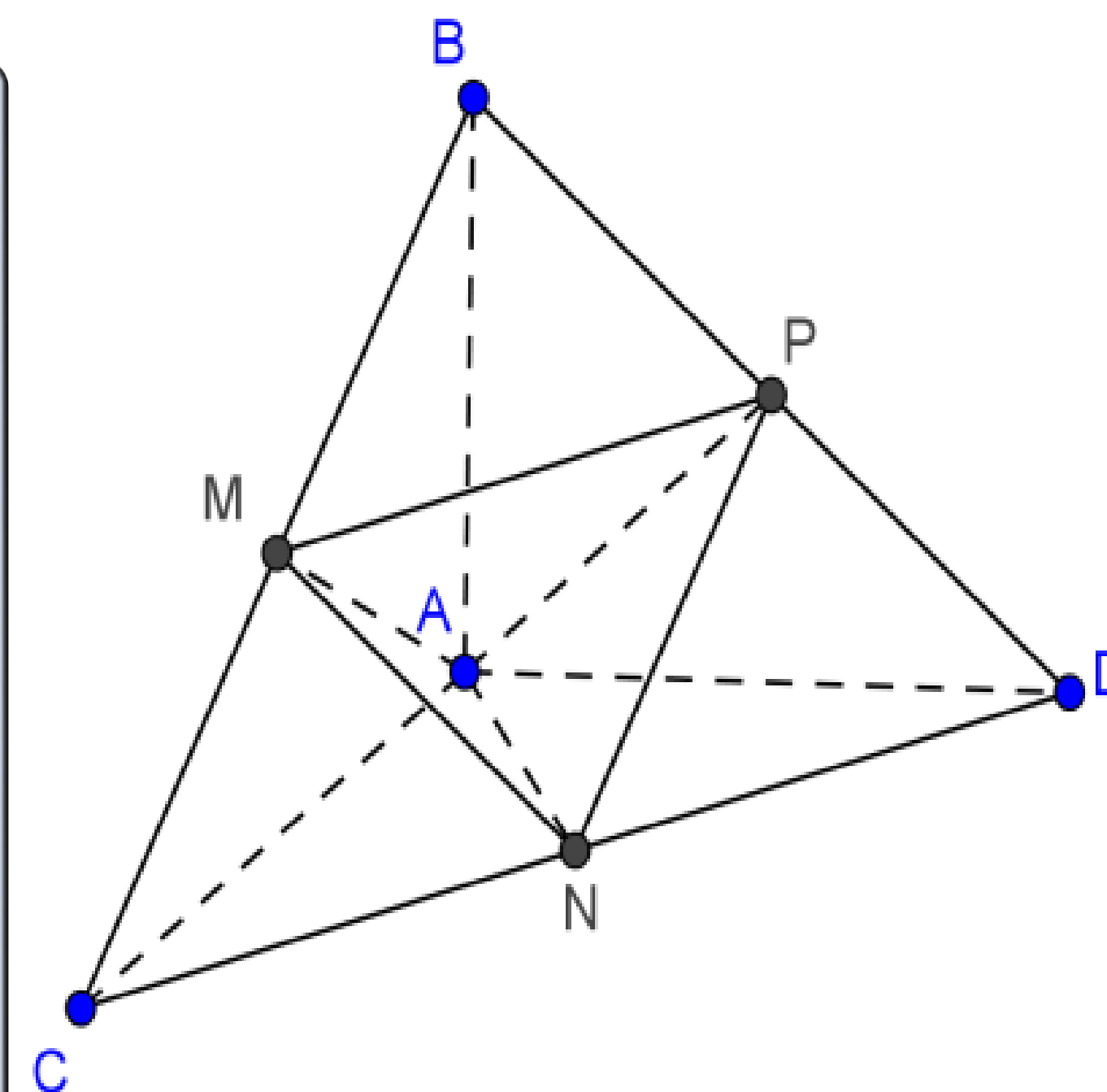
Bài giải

M, N, P tương ứng là trung điểm các cạnh BC, CD, DB

$\Rightarrow MN, NP, PM$ tương ứng là đường trung bình của ΔBCD

$\Rightarrow \Delta MNP$ đồng dạng với ΔBCD với tỉ số $k = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{S_{\Delta MNP}}{S_{\Delta BCD}} = k^2 = \frac{1}{4}$

$$\frac{V_{AMNP}}{V_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{3} \cdot S_{\Delta MNP} \cdot h}{\frac{1}{3} \cdot S_{\Delta BCD} \cdot h} = \frac{S_{\Delta MNP}}{S_{\Delta BCD}} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{AMNP} = \frac{1}{4} \cdot V_{ABCD} = 7a^3$$

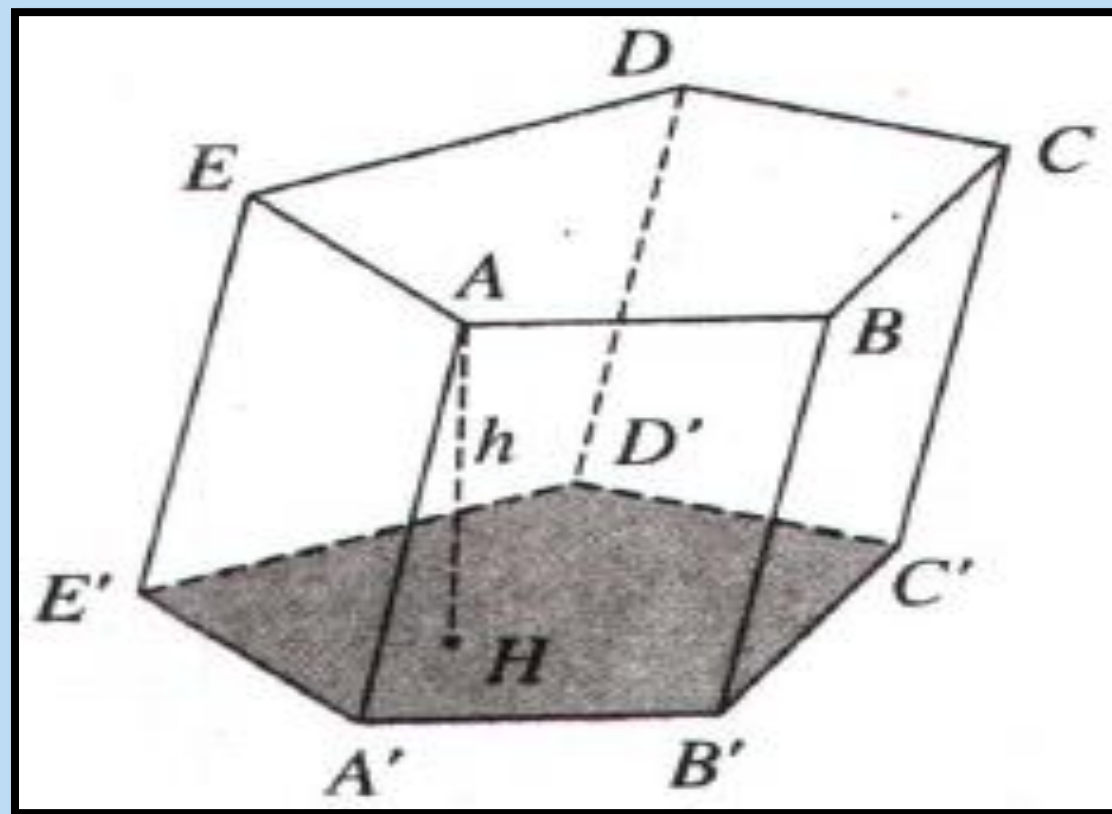




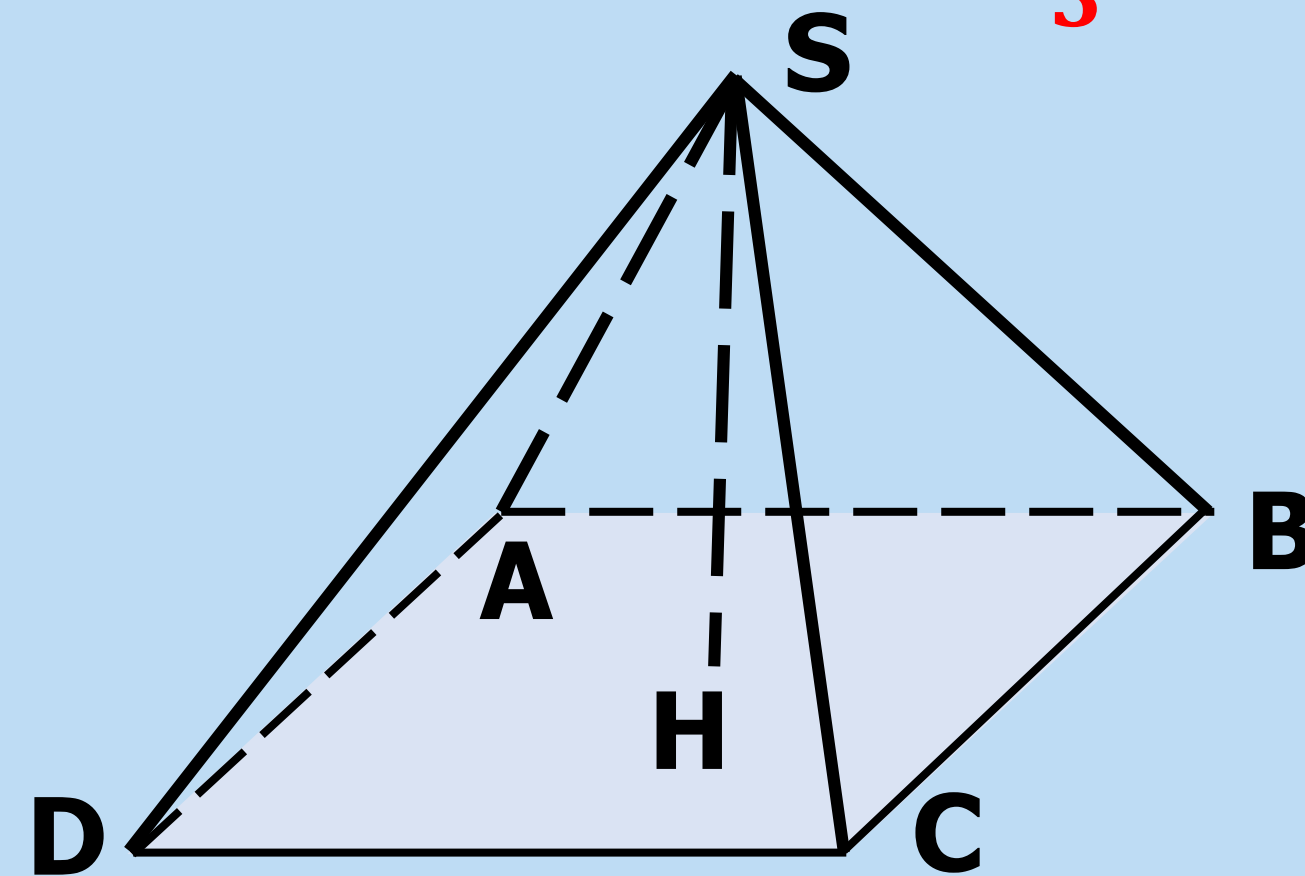
TÓM TẮT BÀI HỌC

✎ Thể tích các khối đa diện

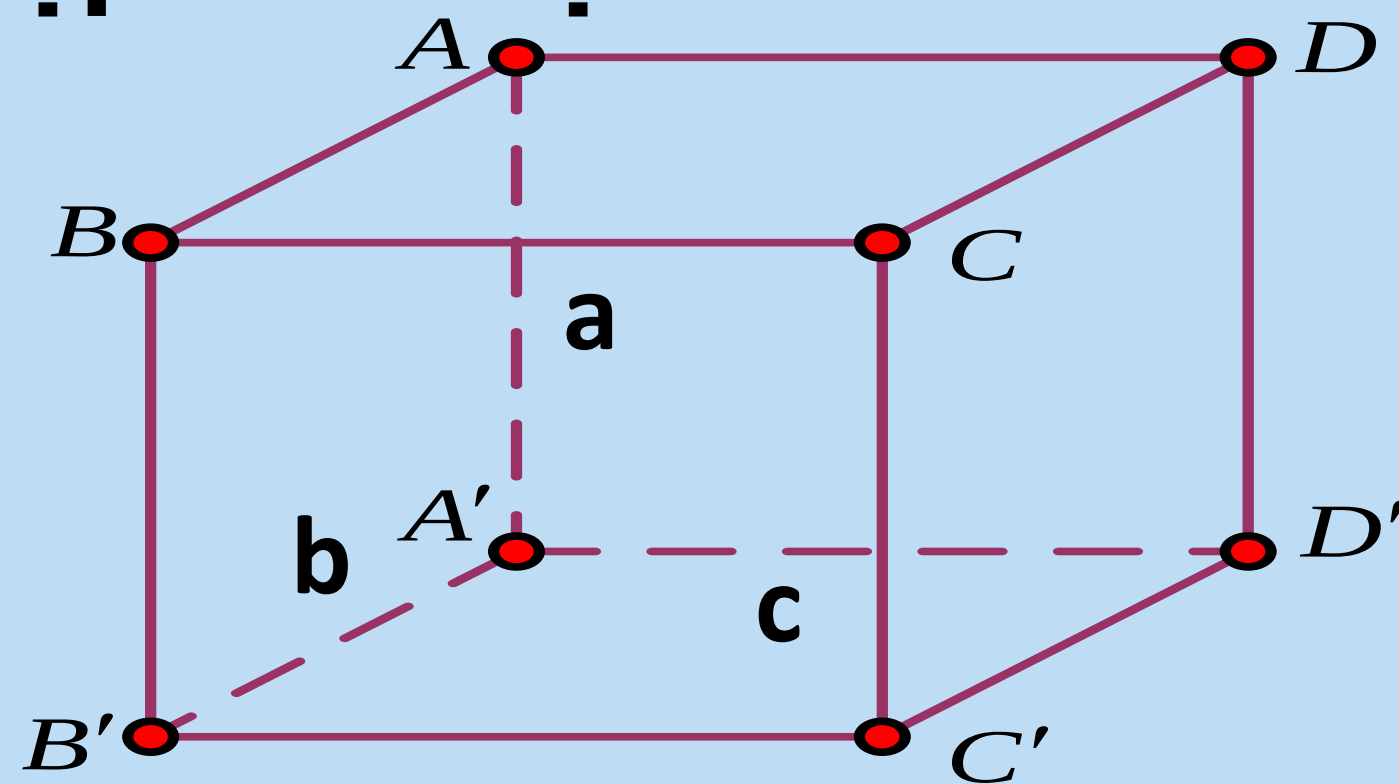
khối lăng trụ: $V = Bh$



khối chóp $V = \frac{1}{3} Bh$



khối hộp chữ nhật: $V = abc$



* **Chú ý:** khối lập phương: $V = a^3$

Tỷ lệ thể tích (**chỉ áp dụng cho tứ diện**)

Cho tứ diện $S.ABC$. Trên các đoạn thẳng SA, SB, SC lần lượt lấy 3 điểm

$$A', B', C'. \text{ Ta có: } \frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \frac{SB'}{SB} \frac{SC'}{SC}$$